

---

Comitato per la Edizione Nazionale delle Opere di

# FEDERIGO ENRIQUES

---

ENRIQUES, FEDERIGO

## Un caso di indeterminazione della meccanica

Scientia **IV** (1908), pp. 164-166. ([A proposito di P. Duhem, La Théorie physique: son objet et sa structure, Paris, Chevallier et Rivière, 1906, p. 223])



L'utilizzo di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali.

---

*Il presente testo è stato digitalizzato nell'ambito del progetto "Edizione nazionale delle opere di Federigo Enriques"*

*promosso dal*

*Ministero per i Beni e le attività Culturali*

*Area 4 - Area Archivi e Biblioteche*

*Direzione Generale per i Beni Librari e gli Istituti Culturali*

FEDERIGO ENRIQUES

---

NOTA CRITICA

Un caso d'indeterminazione nella Meccanica.

---

ESTRATTO DALLA *Rivista di Scienza* "Scientia",  
VOL. IV. ANNO II (1908), N. VII

---

BOLOGNA  
NICOLA ZANICHELLI

LONDON  
WILLIAMS AND NORGATE

PARIS  
FÉLIX ALCAN

LEIPZIG  
WILHELM ENGELMANN

---

---

## NOTA CRITICA.

### Un caso d' indeterminazione nella Meccanica.

(DUHEM. *La théorie physique*, pag. 223).

1. Si ritiene di solito che i principii della Meccanica razionale traducano nel modo più perfetto il determinismo dei fenomeni naturali; e così, passando dalla teoria all'applicazione concreta, la previsione concernente il fatto meccanico ci appare suscettibile in ogni caso di un grado d' esattezza cui non può segnarsi a priori limite alcuno.

Il Duhem porge un esempio che tenderebbe ad infirmare questa opinione; si tratta di un problema meccanico indeterminato, che, dimostrando l'impossibilità assoluta della previsione fisica in circostanze semplicissime, recherebbe conferma a quelle vedute agnostiche cui l'autore si palesa singolarmente affezionato.

2. Consideriamo un punto materiale  $P$ , che si muova sopra una superficie per effetto di un impulso iniziale senza che agiscano forze o attriti. Se la superficie è un piano,  $P$  descriverà una retta, se la superficie è una sfera la traiettoria di  $P$  sarà un circolo massimo; in generale la traiettoria del punto sarà una *geodetica* o linea di minima distanza della superficie.

Il Duhem prende come esempio la superficie frontale di un toro, dove il collo, le corna e le orecchie si suppongono indefinitamente prolungate. Allora, riferendoci ad un teorema fondamentale di Hadamard, si possono considerare sulla superficie diverse specie di geodetiche: geodetiche chiuse che partendo da un punto  $A$  vi ritornano colla medesima direzione, geodetiche che si avvolgono a gomitolo in guisa da ricoprire una porzione finita della superficie, e geodetiche aperte che si allontanano indefinitamente sopra una falda della superficie.

Se si fa partire il punto materiale da una posizione  $A$ , imprimendogli un moto iniziale in una direzione  $a$ , resta bene determinata una geodetica appartenente ad una delle tre specie sud-

dette, che segna la traiettoria del movimento; ma ad una variazione per quanto lieve di  $a$  può corrispondere una geodetica di specie diversa. Poniamo, per fissare le idee che la direzione  $a$  corrisponda ad una geodetica chiusa facente uno o più giri attorno al corno destro del toro; in virtù del teorema di Hadamard, esistono direzioni  $b$  facenti con  $a$  un angolo  $\epsilon$  piccolo quanto si vuole, alle quali corrispondono geodetiche aperte che, dopo aver girato più volte intorno al corno stesso, si allontanano indefinitamente sopra una falda qualsiasi della superficie.

Ciò posto il Duhem osserva che, dal punto di vista sperimentale, il punto materiale  $P$  ricopre una piccola area, sicchè la direzione iniziale di un movimento impressogli resta definita solo in modo approssimato. Così la soluzione del problema fisico « *se il punto  $P$  descriva una geodetica chiusa od aperta ed allontanandosi all'infinito* » viene a corrispondere a quella di un problema matematico i cui dati non si possono presumere che approssimati o, se si preferisce, ad infiniti problemi matematici i cui dati sono poco differenti l'uno dall'altro; e, poichè una variazione per quanto piccola di questi dati conduce a soluzioni radicalmente differenti, il Duhem conclude che *al problema fisico proposto non si può dare una risposta affermativa o negativa; c'è un'indeterminazione assoluta che non può essere superata spingendo avanti comunque il grado di esattezza delle misure, poichè la circostanza che queste sieno necessariamente approssimate rende impossibile la previsione.*

3. Per parte nostra ci proponiamo di confutare queste conclusioni, dimostrando che *il problema proposto dal Duhem non è un problema fisico.*

A tale scopo osserviamo in generale che ogni problema fisico implica la domanda di una previsione basata sulla conoscenza di certi dati ed *estesa ad un tempo finito*. Pretendere una previsione estesa ad un tempo infinito, significa porre una domanda trascendente, priva di senso.

Riprendiamo il nostro problema meccanico. La questione nel campo della Fisica assume la forma seguente: si chiede se il punto materiale movendosi nelle condizioni assegnate durante un certo tempo (finito)  $t$ , descriva una traiettoria *sensibilmente* chiusa od aperta, cioè se codesta traiettoria (la traccia del punto mobile sulla superficie) sia compresa in una striscia chiusa avente una certa larghezza assegnata  $\alpha$ , convenientemente piccola.

Richiamiamo le condizioni supposte in cui la direzione iniziale  $a$  corrispondeva ad una traiettoria chiusa; essendo  $b$  una direzione iniziale formante con  $a$  l'angolo  $\epsilon$ , è chiaro che per valori dati di  $t$  e di  $\alpha$ , si può sempre determinare un valore  $\tau$  così piccolo che per  $\epsilon < \tau$ , la traiettoria del punto durante il tempo  $t$  sia racchiusa entro una striscia di larghezza  $\alpha$ .

Dentro i limiti anzidetti la geodetica descritta da  $P$  si avvolgerà intorno al corno destro del nostro toro proprio come una linea chiusa; occorrerebbe prolungare il tempo d'osservazione oltre  $t$  per scorgere una differenza apprezzabile.

Ne consegue che, almeno teoricamente, cioè supponendo di potere spingere l'approssimazione delle misure fino al grado occorrente, *si può sempre rispondere alla domanda se la traiettoria del punto  $P$ , durante un tempo  $t$  comunque grande, sia da ritenersi come chiusa od aperta*, dove si ritengono fisicamente come identici archi di linea distanti fra loro di una distanza  $\alpha$  assai piccola (in rapporto alle dimensioni del punto materiale ecc.).

La possibilità (teorica) della previsione sussiste, come abbiám detto, per ogni intervallo di tempo  $t$ , grande ad arbitrio, mentre essa verrebbe meno per un tempo infinito. Ma, come si è avvertito, la domanda per  $t$  infinito non ha senso. Si può considerare una serie di tempi crescenti indefinitamente  $t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$  e si ha allora una serie di problemi fisici suscettibili di essere risolti l'uno dopo l'altro, ma questa serie non può supporre *mai esaurita* appunto perchè infinita; *non vi è un problema fisico che si presenti come ultimo nella serie*. Il ragionamento che suppone l'esistenza di quest'ultimo problema è affetto da *trascendentalismo*, cioè dal vizio che infirma tutte le analoghe conclusioni agnostiche della Filosofia classica.

Bologna, Università.

FEDERIGO ENRIQUES