Comitato per la Edizione Nazionale delle Opere di

FEDERIGO ENRIQUES

ENRIQUES, FEDERIGO AND FORTI, U.

## Prefazione, introduzione e note critiche sullo sviluppo dei concetti della meccanica

in I. Newton, Principi di filosofia naturale. Teoria della gravitazione, Stock, Roma, 1925, pp. 1-11, pp. 13-16, pp. 166-215.

L'utilizzo di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali.

*Il presente testo è stato digitalizzato nell'ambito del progetto "Edizione nazionale delle opere di Federigo Enriques"*
*promosso dal*
*Ministero per i Beni e le attività Culturali*
*Area 4 – Area Archivi e Biblioteche*
*Direzione Generale per i Beni Librari e gli Istituti Culturali*

PER LA STORIA E LA FILOSOFIA DELLE MATEMATICHE
COLLEZIONE DIRETTA DA FEDERIGO ENRIQUES
PROMOSSA
DALL'ISTITUTO NAZIONALE PER LA STORIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

N. 3

I. NEWTON

# PRINCIPII DI FILOSOFIA NATURALE

## TEORIA DELLA GRAVITAZIONE

CON NOTE CRITICHE
SULLO SVILUPPO DEI CONCETTI DELLA MECCANICA
PER CURA DI

F. ENRIQUES E U. FORTI

MCMXXV
CASA EDITRICE ALBERTO STOCK
ROMA
VIA ENNIO QUIRINO VISCONTI, 13

PROPRIETÀ LETTERARIA

Copyright by Casa Editrice Alberto Stock

(1297) Roma, 1925 - Grafia, S. A. I. Industrie Grafiche

# PREFAZIONE

*La profonda critica della dinamica che ha messo capo alla recente costruzione di* Einstein, *è ben lungi dal togliere valore all'opera di* Newton, *almeno per coloro che — avendo accolto lo spirito della filosofia moderna — non saprebbero domandare ad un sistema scientifico l'espressione della verità assoluta ed universale. Chè se, al posto di codesto assoluto, si vede nella scienza un progresso d'idee tendente ad una rappresentazione concettuale sempre più unificata della realtà, allora la dottrina newtoniana ci appare oggi, meglio che ieri, come un grado necessario della stessa evoluzione scientifica, e in un più vero senso immortale.*

*Ora la scienza, considerata in tal guisa nel suo sviluppo storico, deve essere compresa in una maniera più alta: non più secondo un'esposizione dogmatica che deduce da principii a priori le leggi eterne della*

*natura, ma piuttosto come ordine di concetti, saliente via via da esperienze ed intuizioni elementari a sistemi d'ipotesi, che si cimentano e correggono nella verifica delle conseguenze dedotte, cedendo così ad induzioni sempre più esatte e comprensive.*

*Pertanto, ad intendere la teoria della gravitazione universale non basta la deduzione della formula che riduce a forze centrali attrattive le leggi di* Keplero *sul moto dei pianeti, al lume degli assiomi di* Galileo-Newton; *poichè questi stessi assiomi, e i concetti che essi esprimono, debbono essere compresi ricercandone il valore attraverso il processo di acquisto, che è la storia della dinamica precedente, e attraverso gli sviluppi che ne conseguono, che costituiscono la storia della dinamica successiva.*

*La pubblicazione che qui offriamo della parte generale dei* Philosophiae naturalis principia mathematica *risponde appunto a questa veduta d'una conoscenza scientifica, che si prolunga e s'innalza nella conoscenza storica: la quale a sua volta — sollevandosi sulle esigenze estrinseche dell' erudizione formale — vuol essere la scienza stessa nel suo divenire.*

*La versione italiana ridotta del testo latino di* Newton *— che è stata curata con garbo e diligenza dal dottor Umberto Forti — mira a rendere accessibile*

*l'opera newtoniana anche a quel pubblico di educatori, uomini colti e studenti delle nostre scuole secondarie superiori, che — non essendo matematici o fisici di professione — repugnerebbero dalla lettura d'un volume di circa seicento pagine, irto di formule: il quale per giunta — ove si fosse voluto riprodurre per intero nella nostra lingua — sarebbe riuscito necessariamente costoso. Per i lettori scientificamente più preparati, questo libretto varrà in ogni caso come primo saggio d'una conoscenza diretta del trattato classico e come stimolo a ricercarne il testo originale.*

*Il traduttore, bene sentendo la responsabilità della riduzione, spera tuttavia di essere riuscito a porgere una chiara visione del problema fondamentale dei* Principia, *sottraendolo a mutilazioni che ne rendano incomprensibile il concetto e la genesi storica, ed appagando così il desiderio di chi — abbandonati i compendii — ami avvicinarsi ai creatori della scienza. Nell'ordine del testo egli ha tradotto la prima* Prefatio (1686), *le* Definitiones *e gli* Axiomata, sive Leges Motus, *parti veramente essenziali, perchè in esse vengono dichiarate le nozioni e i principii fondamentali della meccanica; e fra la prefazione e le definizioni ha poste le* Regulae Philosophiae (*che nel testo si trovano agli inizii del terzo libro*), *sembran-*

*dogli attraente ed istruttivo di riunire al principio del volume tutte le parti più strettamente filosofiche. Seguono, nel testo, tre libri. Dei primi due* — De Motu Corporum — *sono state tradotte solo le tre prime sezioni, sulle ventitrè che ne contengono in tutto: nella prima vengono esposti e discussi i concetti e i metodi fondamentali del calcolo differenziale* (*o delle flussioni*); *la seconda studia — indipendentemente da ogni riferimento astronomico — la causa dei moti circolari* (*forza centripeta*); *la terza si occupa della misura di tali forze nei moti più generali che hanno per traiettoria una conica. Con una tale preparazione è possibile passare direttamente allo studio del terzo ed ultimo libro,* De Mundi Systemate: *nel quale alle* Regulae Philosophiae *seguono i* Phaenomena, *quasi interamente riprodotti in questa versione, e le* Propositiones (*quarantadue in tutto, oltre a undici Lemmi*). *Qui esse sono tradotte fino alla XIII, che contiene la formulazione compiuta della teoria della gravitazione universale. Secondo il suo metodo, che consiste nel* ricercare le forze che la natura impiega deducendole da fenomeni noti, per passare poi dalla conoscenza di tali forze alla previsione di fenomeni nuovi, *l'A. passa quindi a spiegare i movimenti della luna, delle comete, del mare e di varii pianeti e a risolvere numerosi pro-*

*blemi astronomici: il danno di queste omissioni verrà in parte riparato da una delle Note di cui diremo in appresso, che accenna agli svolgimenti e alle conferme più brillanti della teoria newtoniana. È tradotto, infine, il bellissimo* Scholium generale *che chiude il volume ed esprime il sentimento dell'artefice dinnanzi all'opera compiuta. Di questo scolio fa parte anche l'abbozzo d'una spiegazione meccanicistica del mondo fenomenico, in evidente rapporto coll'*Ottica *dell'A.* (Optices, *Quaestio 313*), *e il tentativo d'una sua giustificazione teologica. A tale proposito non vuolsi tacere d'una non sappiamo se difficoltà o soddisfazione provata dal traduttore: quella di cercare di rendere il sentimento peculiare che Newton manifesta nell'espressione dei* Principii. *Poichè, attraverso l'apparenza gelida d'un ordinatore di cieli e di zecche, il Forti ha sentito l'intima poesia dello spirito magno, che nel regno del numero e della misura porta un cuore ardente ed appassionato. Con questo cuore appunto lo scienziato intuisce l'ordine della natura come qualcosa di bello e di grandioso, a cui il suo spirito riverentemente s'accosta; onde può dirsi simile ad « un fanciullo intento a raccogliere conchiglie brillanti e sassolini levigati sulla riva del mare, mentre l'oceano sconfinato della verità si stende inesplorato davanti a lui ».*

*Ora, per raggiungere lo scopo che ci siamo proposti non bastava tradurre Newton! Bisognava anche, in qualche modo, spiegarlo, chiarendo il significato e lo sviluppo dei concetti, che in lui si compongono a sistema e che si cimentano nell'evoluzione ulteriore della dottrina. Perciò abbiamo aggiunte al testo alcune* Note storico-critiche, *a cui il dott. Forti ha collaborato con noi, nelle quali si può forse scorgere il disegno d'una più larga storia della meccanica. Queste note illustrano le idee della massa, della forza e del movimento, assoluto e relativo; e mentre da una parte ricercano le intuizioni e le critiche ond'esse hanno origine, d'altra parte ne inseguono lo svolgimento nel progresso successivo della dinamica, considerata come scienza cosmica. In tal guisa si prepara la più profonda comprensione della recente crisi scientifica, onde è uscita la nuova sintesi meccanico-ottico-elettro-magnetica, che è la dinamica di* Einstein!

*Come si è detto, il libro che qui presentiamo è alla portata degli studenti delle nostre scuole secondarie. Vogliamo aggiungere che conseguiremo uno dei nostri scopi principali se questa traduzione riceverà buona accoglienza dalla scuola. Gl'insegnanti di matematiche e di fisica potrebbero farne leggere in classe le parti*

*più salienti, lasciando il rimanente alla curiosità degli alunni. Per una cultura seria e veramente fattiva è necessario che questi vengano messi a contatto coi grandi pensatori, e avviati così a conoscere la genesi storica delle idee scientifiche. I poeti sviluppano la loro coscienza in compagnia dei poeti, i mercanti in compagnia dei mercanti, i filosofi dei filosofi. Anche per quella filosofia che è la scienza è tempo di volgersi dai manuali e dalle compilazioni alle fonti. Ascoltiamo la parola di* Eugenio Beltrami (1):

« *Imparino i giovani ad educarsi di buon'ora sui capolavori dei grandi maestri... Coi forti studii sui grandi modelli si son fatti in ogni tempo i valenti; e con essi dee farsi la nostra nuova generazione scientifica, se vuol essere degna dei tempi a cui nacque e delle lotte a cui è destinata* ».

Roma, ottobre 1924.

FEDERIGO ENRIQUES.

---

(1) Prefazione alla traduzione italiana della Commemorazione di Plücker fatta da Clebsch, *Giornale di Matematiche*, t. XI, p. 153.

# INTRODUZIONE

## Notizie sulla vita e sull'opera scientifica di Newton

*Isacco Newton* nacque a Woolsthorpe presso Nottingham, nella contea di Lincoln il 25 dicembre 1642 (equivalente al 4 gennaio 1643 del nostro calendario riformato, che a quell'epoca non era ancora in uso in Inghilterra), e perciò quasi un anno dopo la morte di *Galileo*. A ventidue anni (1665) ottenne il titolo di baccelliere presso l'Università di Cambridge, divenendo poi « Magister Artium » nel 1667 e professore lucasiano di Matematiche, al posto già occupato dal suo maestro *Barrow*, nel 1669; tre anni appresso membro della Società Reale di Londra, da poco tempo fondata.

L'attività scientifica del Nostro si è esplicata sopratutto nel campo delle Matematiche, dell'Astronomia e dell'Ottica; i suoi lavori sperimentali sulla Chimica e su altri rami della Fisica ebbero minore successo.

Per quel che riguarda le Matematiche, la scoperta più grande di Newton è quella dell'Analisi infinitesimale. Fino dal 1665 il Nostro era in possesso dell'osservazione di *Barrow* che l'integrale (ciò che egli chiamava « fluente ») è l'inverso della derivata (flussione) e di qui egli fu condotto alla costruzione del sistema del Calcolo differenziale e integrale in un grande lavoro : *Methodus functio-*

*num et serierum infinitarum*, del 1670-71, che tuttavia fu pubblicato soltanto in inglese nel 1736, nove anni dopo la sua morte, ma non fu sconosciuto nel circolo dei suoi amici.

Non è qui il caso di soffermarsi sulla polemica (1) per la priorità fra Newton e Leibniz, proseguita poi fra i loro seguaci; poichè la scoperta era preparata da un lungo sviluppo storico delle idee, non è meraviglia che anche Leibniz indipendentemente, se pure forse un po' più tardi, sia pervenuto da parte sua alla costruzione del Calcolo; ma conviene piuttosto rilevare i caratteri diversi delle due scuole, in quanto Leibniz (a cui appartiene l'espressivo simbolismo dei differenziali) tende a sviluppare la teoria sotto l'aspetto più generale, definendo le funzioni come combinazioni analitiche qualsiansi, mentre Newton si attiene più volentieri ad esempii concreti e segnatamente al caso algebrico: che lo conduce, d'altronde, a oltrepassare il quadro leibniziano colle funzioni implicite, cui si legano poi gli sviluppi in serie dei suoi discepoli, *Taylor* e *Maclaurin*.

Il lavoro di Newton nel campo dell'Analisi infinitesimale si lega per una parte alla sua costruzione della Dinamica (in cui egli è posto di fronte alle equazioni differenziali ed anche al primo problema del calcolo delle variazioni), e d'altra parte all' Algebra, cui consacrò alcuni corsi di lezioni a Cambridge, negli anni 1673-1683. I suoi studi particolari su questo argomento — ricordiamo le formule ricorrenti che porgono le somme delle potenze simili delle radici d'un'equazione per i coefficienti, i me-

(1) Il racconto di questa polemica si può trovare, p. es., nell'opuscolo di GINO LORIA, *Newton*, nei « Profili » dell'ed. Formiggini, n. 42.

todi d'approssimazione e gli sviluppi in serie della radici, ecc. — si esprimono nella *Arithmetica universalis*.

Non c'indugeremo su questi o su altri resultati matematici di minore importanza conseguiti da Newton, citando solo le formule che danno sen *nx* e cos *nx*, e la classificazione delle cubiche piane, anche sotto l'aspetto proiettivo: l'opera del matematico puro, per quanto grande, è stata eclissata dal sistema della gravitazione universale, che offre insieme la sintesi degli sviluppi precedenti, nel campo dell'Astronomia e in quello della Dinamica. Raramente un'idea geniale è stata proseguita come in questo caso, dal suo autore, fino alla dimostrazione precisa, mediante l'elaborazione accurata di tutti gli sviluppi e la costruzione degli istrumenti occorrenti all'uopo. I *Philosophiae naturalis principia mathematica*, pubblicati nel 1687, rappresentano il frutto maturo d'una serie di studi e di tentativi intrapresi dal Nostro per più che vent'anni. E se questi s'intrecciano con altri tentativi analoghi dei suoi emuli, la storia del lungo travaglio mette in luce, non solo l'alta coscienza scientifica di Newton, ma anche le gravi difficoltà che occorreva superare per giungere ad una conclusione definitiva: le nostre Note recano su ciò più precise notizie.

Dopo la gravitazione universale, Newton ha dato alla scienza un altro contributo di grande importanza colla sua *Optica*, frutto anch'essa di lunghi studi, che venne in luce nel 1704. Sebbene la teoria dell'emissione, che qui si propugna, dovesse cedere più tardi di fronte alla teoria ondulatoria di *Huygens*, il sistema newtoniano conserva ad ogni modo un valore suscettibile di apparire anche in nuove ricostruzioni o tentativi di ricostruzione della dottrina. D'altronde Newton lascia nel campo dell' ottica la scoperta positiva della decomposizione della luce collo spettro.

Poco dopo la pubblicazione dei *Principia*, i meriti eccezionali di Newton ebbero una ricompensa altrettanto eccezionale, poichè egli fu chiamato a dirigere la Zecca, con uno stipendio lautissimo. E quindi innanzi le funzioni ufficiali assorbirono gran parte della sua attività. Lo scopritore del sistema del mondo morì a Londra, universalmente onorato, nel 1727.

Fu sepolto nell'abbazia di Westminster, e sulla sua tomba si legge:

*Sibi gratulentur Mortales tale tantumque extitisse*
*Humani Generis Decus.*

FEDERIGO ENRIQUES.

# I. - Il concetto della Massa o Quantità di materia

La definizione newtoniana della massa come quantità di materia, presuppone l'ipotesi della costituzione atomica, che un contemporaneo di Newton, ROBERTO BOYLE, faceva valere nello studio della Chimica, e che Newton accettava, sebbene manifestasse il suo disinteresse per una investigazione più profonda di tali questioni (1).

La teoria atomica risale, d'altronde, all'antichità, e nella elaborazione che di essa hanno dato LEUCIPPO di Mileto e DEMOCRITO d'Abdera (460-360 a. C.) si riassume lo sviluppo del concetto della materia iniziato dai primi filosofi Jonici e proseguitosi poi attraverso i Pitagorici e gli Eleati (2). Negli Jonici (TALETE, ANASSIMANDRO e ANASSIMENE di Mileto, ERACLITO d'Efeso) troviamo già l'idea dell'unità della materia, arditamente affermata po-

---

(1) Cfr. Lettera a Boyle del 28 febbraio 1678-79 in LASSWITZ, *Geschichte der Atomistik*, Bd. II, pag. 556.

(2) Cfr. ENRIQUES, «Le venerabili proprietà della materia», in *Periodico di Matematiche*, serie IV, vol. II, n. 2 (1922).

stulando una sostanza cosmica primitiva da cui avrebbero origine tutte le diverse materie sensibili. Ma nella scuola Italica fondata da PITAGORA di Samo (seconda metà del VI secolo a. C.), codesta unità viene compresa secondo uno spirito più matematico, ammettendosi che i corpi risultino da *monadi* (punti estesi, centri di condensazione) qualitativamente identiche, e derivino le loro differenti qualità dal numero e dalla disposizione di queste. Tuttavia la teoria monadica doveva andar incontro alla critica di PARMENIDE d'Elea, che — assoggettando ad un'analisi logica il concetto di una materia indifferenziata, cui non rimanga altro attributo che l'esistenza — giunge a negare il vuoto, e quindi la possibilità di condensazioni o rarefazioni, costruendo così il concetto di una materia omogenea, compatta ed impenetrabile, che riempirebbe tutto lo spazio. Ora questa dottrina — che dal suo autore è presentata come una verità razionale, in antitesi con le apparenze variabili del mondo sensibile, di cui offre, anzi, una paradossale negazione — pone a sua volta un problema, che in diverso modo si è tentato risolvere da ANASSAGORA di Clazomene, da EMPEDOCLE d'Agrigento, e finalmente da LEUCIPPO e DEMOCRITO. Questi ultimi, fondatori dell'atomismo, assumono che la materia possa scindersi in parti compatte, indivisibili per la loro solidità o impenetrabilità, e separate dal vuoto: anzi nel movimento degli atomi nel vuoto, coi reciproci urti, vedono l'origine di tutti i fenomeni (teoria cinetica dell'universo che anticipa le dottrine moderne).

Non è qui il luogo per descrivere come le idee atomiche si siano propagate da EPICURO e LUCREZIO attra-

verso il Medioevo (1). Basti dire che in GALILEO (ispirato visibilmente a Democrito) appare almeno il concetto di una materia qualitativamente indifferenziata, portatrice delle così dette qualità primarie, e che tale veduta si ritrova pure in CARTESIO e, generalmente, in tutti i contemporanei. Anzi Cartesio — che ostentatamente confuta Democrito e si attiene alla negazione eleatica ed aristotelica del vuoto — introduce pure dei corpuscoli, a cui conferisce una individualità in qualche modo simile a quella degli atomi democritei: mentre il suo contemporaneo GASSENDI, notoriamente rivendicava le dottrine di Democrito e d'Epicuro.

Le idee cartesiane fruttificano un vero sviluppo della teoria cinetica presso HUYGENS, che — in opposizione a Newton — tentava di spiegare i principii del movimento derivando la forza da urti di particelle mobili (cfr. Note II, IV).

Sebbene NEWTON sia passato oltre questi tentativi, riconoscendo in senso positivo le forze della attrazione universale (di cui soltanto nelle *Questioni* investiga le cause), pure la concezione atomica della materia è, come si è detto, un presupposto del suo concetto della massa: che del resto si ritrova già sostanzialmente in Galileo. D'altronde, nel pensiero newtoniano la massa era concepita, non soltanto come numero (o somma dei volumi) di punti materiali che offrono una resistenza al moto (*massa d'inerzia*), bensì anche come *massa attraente*,

(1) Cfr. LASSWITZ, *Geschichte der Atomistik*, vol. I-II, Amburgo e Lipsia, 1890.

cioè come numero di punti che esercitano una forza sui corpi circostanti (1).

Ora, se si cerca di definire positivamente il concetto della massa, prescindendo dall'ipotesi della identità delle ultime particelle della materia, si è condotti alla seguente spiegazione (2). In tutti i fenomeni di moto ove intervengono corpi qualitativamente uguali (cioè trasformabili fisicamente o chimicamente uno nell'altro), si riconosce un *invariante additivo* della materia: che è il volume della materia stessa ricondotta ad uno stato omogeneo. Se poi si confrontano corpi qualitativamente diversi, è ancora possibile sostituire ad ogni *quantum* di materia dell'uno un *quantum* dell'altro in proporzioni definite, senza introdurre variazioni nei fenomeni. In questo senso valgono le esperienze con cui Newton, mediante pendoli della stessa lunghezza formati di sostanze differenti, ha provato che l'accelerazione della gravità è indipendente dalla costituzione chimica dei corpi. E si può anche dire, con MAXWELL (3), che le masse di corpi qualitativamente diseguali si lasciano confrontare prendendo come « masse eguali » quelle che per forze applicate eguali acquistano, in un dato tempo, una data velocità: ritenendo, dunque, che l'estensione della seconda Legge del moto nel confronto di corpi diversi, esprima una convenzione.

---

(1) Cfr. ROSENBERGER, *Newton und seine physikalischen Prinzipien* (Lipsia, 1895).

(2) Cfr. ENRIQUES, *Problemi della Scienza*, cap. V.

(3) CLERK MAXWELL, *Matter and Motion*, trad. italiana, Milano, 1881.

Il problema di definire la massa è stato discusso in varî sensi dai moderni critici della meccanica. MACH scorge nella massa una *caratteristica del moto* distinta dal peso, la cui esistenza si rivela in molte esperienze, come quelle su cui è fondata la nota macchina d'Atwood. In particolare egli ne riattacca il concetto alle leggi dell'urto e più in generale al principio newtoniano di azione e reazione, che secondo lui traduce lo stesso insieme di esperienze che si esprimono nel concetto della massa. L'analisi di Mach si conchiude con la seguente definizione: « si chiamano corpi di masse eguali, due corpi che, agendo uno sull'altro — a prescindere da ogni altra azione esterna — si comunicano accelerazioni eguali ed opposte »; e a questa definizione si accompagna il postulato che esprime la proprietà transitiva dell'eguaglianza. Più in generale, il rapporto delle masse di due corpi agenti l'uno sull'altro (che si assumono isolati dal rimanente universo) si misura dal rapporto inverso delle loro mutue accelerazioni. Questa veduta è pure accolta dal nostro MAGGI.

La tendenza positivistica ad eliminare ogni ipotesi presupposta nelle definizioni dei concetti fondamentali della scienza, si congiunge con la tendenza al formalismo, caratteristica dei matematici, in altre trattazioni della meccanica, come quelle di KIRKHOFF, ecc. Di qui appunto deriva la definizione generale della massa in base alla seconda Legge del moto, cioè come rapporto della forza all'accelerazione: dove non si mette più in rilievo che la stessa forza comunica ad un corpo raddoppiato un'accelerazione dimezzata, ecc. A questo proposito giova dire che ogni ten-

tativo di conferire significato convenzionale ad una legge fisica, riesce sempre a diminuire in qualche modo il significato del legame che essa pone fra concetti, aventi origini proprie e fra loro diverse.

Nondimeno si deve riconoscere che, attraverso la seconda Legge del moto, la massa diviene suscettibile di ulteriori interpretazioni, diverse dalla « quantità di materia » e in particolare acquista un significato energetico che soprattutto verrà tenuto in vista nello sviluppo della Dinamica (1). Infatti, nello studio della dinamica delle grandi velocità (radiazioni), questa massa energetica non risulta più costante, crescendo l'inerzia fino a tendere all'infinito quando la velocità si avvicina a quella della luce (cfr. Nota II): e vi è luogo anche a rilevare che la variazione della massa energetica si connette alla relatività del tempo (cfr. Nota III) (2).

---

(1) Posto $f = ma = m\frac{dv}{dt}$, $ds = vdt$, sarà $fds = mvds$ e quindi $\int fds = \frac{mv^2}{2} + \text{cost}$. Questa formula conduce a misurare l'energia cinetica dalla forza viva $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$; e rispetto a questa si ha una nuova definizione energetica della massa.

(2) Cfr. P. LANGEVIN, « **Su una nuova deduzione della dinamica relativista** ». **Conferenza al Seminario matematico di Roma, per cura di E. Persico, 9 giugno 1923.**

## II. — La Forza e le Leggi del Moto

Le due Leggi newtoniane del moto — principio di inerzia, e forza eguale al prodotto della massa per l'accelerazione ($f = ma$) — sono interpretate da taluni critici moderni, per esempio dal MACH, in modo che la prima appare come un semplice caso particolare della seconda (1).

Tuttavia si può dare un motivo per cui Newton ha ritenuto di dover postulare esplicitamente in prima linea il principio d'inerzia.

Infatti, per intendere il vero spirito della costruzione newtoniana, dobbiamo ammettere che la seconda Legge avesse per lui un senso immediato, esprimendo un legame fra tre concetti indipendentemente definiti: forza, massa e accelerazione; e che soltanto nello sviluppo ulteriore della dottrina questo senso potesse estendersi in parte convenzionalmente, secondo il principio di *conservazione delle proprietà formali*, che HANKEL (1867) ha enunciato come criterio regolativo del progresso del pensiero matematico.

Ora la massa è stata prima esplicitamente definita come quantità di materia, mentre l'accelerazione riceve un significato chiaro rispetto a quella geometria del movimento che più tardi AMPÈRE voleva preposta alla Dinamica sotto il nome di *Cinematica*; perciò occorre soltanto chiedersi quale idea Newton si facesse della forza: ed è

(1) Giacchè per $f = o$ si ha $ma = m \frac{dv}{dt} = o$, $v = \text{cost.}$

chiaro che, conformemente allo sviluppo storico, egli doveva accoglierne come primitivo il concetto statico, ritenendola come pressione o tensione (cfr. Definizione IV).

Ma in tal caso la seconda Legge del moto riceve un significato soltanto per riguardo al moto incipiente, se si paragoni la forza che si esercita sopra un punto vincolato con l'accelerazione o con la velocità infinitesima che esso assume quando sia rotto il legame: infatti la misura statica della forza riesce impossibile, quando essa agisce sopra un corpo in moto. Ora la legge così presa in senso ristretto, non esprime ancora ciò che occorre postulare nella scienza generale del movimento; ma è facile vedere che, aggiungendovi il principio d'inerzia e postulando implicitamente la composizione dei moti, l'insieme delle due leggi acquista proprio quel significato più largo che risulta dall'uso fattone da Newton. A tal uopo giova tener presente che la teoria newtoniana è dominata dalla considerazione delle forze posizionali, cioè indipendenti dalle velocità: in altre parole si adopera qui il concetto di *campo di forze*, in cui la forza agente sopra un determinato punto si lascia misurare come tensione o pressione esercitata sopra una massa unitaria, che voglia tenersi ferma in quel punto. Pertanto riteniamo che l'insieme delle due leggi di Newton possa spiegarsi come segue: dato un campo di forze, si consideri un punto materiale che si muova in esso; se le forze sono nulle il movimento è rettilineo e uniforme, altrimenti alla velocità d'inerzia si aggiunge in ogni posizione P quella velocità infinitesima che la forza agente in P gli comunicherebbe, a partire da uno stato iniziale di quiete (e ciò naturalmente in senso vettoriale, secondo la legge di com-

posizione di Galileo). Queste considerazioni (1) tendono a rilevare come implicito nell'uso che Newton ha fatto del principio d'inerzia, combinato con la seconda legge, un *principio d'inerzia generalizzato*, che d'altronde riconosceremo nello sviluppo del pensiero galileiano, alla base della scoperta dello stesso principio d'inerzia: poichè quest'ultimo, nella sua forma pura, non è che un assioma astratto, cui viene conferito un senso fisico soltanto mercè la combinazione con altri principî.

I concetti e i principî della dinamica sono il frutto di una laboriosa evoluzione storica. Le apparenze più comuni sembrano indicare la tendenza dei corpi inanimati ad uno stato di quiete, salvo l'azione di cause volontarie di movimento (come quelle che si esercitano sotto forma di forze istantanee o di impulsi, nei così detti *moti violenti*), ovvero il ritorno ad una posizione naturale da cui il corpo sia stato volontariamente allontanato (come nei così detti *moti naturali*: caduta dei gravi, ecc.).

Questa veduta si trova in qualche modo alla base della fisica di ARISTOTELE, che si può definire sinteticamente come una fisica delle apparenze combinata con una metafisica del senso comune. Ma quando essa vuole esprimersi in una forma sistematica, tenendo conto anche di altre comuni osservazioni ed esperienze, s'imbatte in dubbi e difficoltà, inducendo ad accogliere principî che contengono necessariamente qualcosa di paradossale. Così appunto

---

(1) Cfr. F. ENRIQUES, *Problemi della Scienza*, Bologna, 1906. Cap. V.

nella questione di spiegare come possa mantenersi per qualche tempo il moto impresso da una forza: che è risolta da Aristotele postulando una spinta del mezzo, e ritenendo quindi impossibile il movimento nel vuoto (che d'altronde è per lui inammissibile) (1). Ora gli argomenti che lo stesso Aristotele introduce poi a confutare i moti naturali rettilinei (2) sono manifestamente diretti contro una veduta anteriore, secondo la quale i corpi — anzichè tendere alla quiete — si moverebbero all'infinito di moto rettilineo uniforme: veduta che, accordandosi con la spiegazione cinetica del mondo degli atomisti, vi è ragione di attribuire a DEMOCRITO, e che — sotto forma animistica — si ritrova in un pitagorico avente subìto l'influenza delle sue dottrine, quale è ECFANTO di Siracusa (3).

Appare di qui come il principio radicalmente negato da Aristotele dovesse aver avuto un qualche riconoscimento, prima di lui, nella scuola democritea; ed è notevole che dovunque si veda l'influsso caratteristico di questa scuola (concezioni atomistiche) ivi tenda anche a riapparire il concetto dell'inerzia, come diremo più avanti.

Ritornando intanto ad Aristotele, che ha esercitata la massima influenza sulle idee accolte nel Medioevo, possiamo formulare i principî della sua dinamica come segue (4):

---

(1) Cfr. ARISTOTELE, *Physica*, IV, 8.

(2) Op. cit., VIII, 9.

(3) Cfr. IPPOLITO, in DIELS *Die Fragmente der Vorsokratiker*, ed. III, vol. I, pag. 340.

(4) Cfr. *Physica*, VII.

1° Un corpo non può essere mantenuto in movimento se non da una forza agente continuamente su di esso: il moto riesce uniforme se sul mobile agisce una forza costante.

2° Forze agenti per un dato tempo sono proporzionali agli spazi percorsi dal mobile (e — nel caso di omogeneità — inversamente proporzionali ai volumi); forze agenti per un dato spazio sono inversamente proporzionali ai tempi impiegati a percorrerli.

Quindi la forza agente che causa un dato movimento riesce proporzionale al rapporto fra lo spazio e il tempo, ossia alla velocità.

Il punto visibilmente più difettoso della dottrina di Aristotele — a cui già sopra si è accennato — è la spiegazione del modo come si conserva l'impulso impresso ad un proiettile, che doveva suscitare difficoltà fino dai primi commentatori della sua opera. Infatti già nel VI secolo si affaccia come correzione della dinamica peripatetica (e forse in connessione ad una simile veduta espressa dall'astronomo IPPARCO nel II secolo a. C.) l'ipotesi di un *impetus*, che verrebbe comunicato dalla forza al proiettile e si andrebbe poi esaurendo durante il movimento. A questa ipotesi si riattaccano più tardi degli scolastici, quali BURIDANO, che nel XIV secolo immagina diverse esperienze per mostrare l'assurdità della teoria peripatetica.

Ma l'idea che una sfera lanciata sopra un piano orizzontale proseguirebbe indefinitamente il proprio moto (che è l'indistruttibilità dell'*impetus*, cioè il principio d'inerzia come noi lo intendiamo), sembra riaffacciarsi per la prima volta soltanto in NICOLA DI CUSA (1401-

1464) (1), in evidente connessione con l'atomismo da lui professato (2). Vero è che questa veduta geniale si mescola nel Cusano ad oscure concezioni metafisiche e mistiche; pure anche in queste è da scorgere, accanto all'influenza aristotelica e scolastica, un'influenza caratteristica di origine democritea, che d'altronde non cessa di farsi valere in qualche modo, come spirito contrapposto allo spirito proprio di Aristotele, nello stesso sviluppo della Scuola. Così dicasi, per esempio, dell'idea che i corpi celesti posseggano una anima motrice, che offrirebbe una spiegazione metafisica della conservazione dell'*impetus*; la quale richiama alla mente le concezioni analoghe degli antichi filosofi jonici e in particolare di DEMOCRITO, nella forma che esse hanno assunto presso il pitagorico ECFANTO. Del resto simili concezioni ritornavano al mondo occidentale anche attraverso la filosofia araba.

Ora il sistema copernicano, che ritrae pure qualche ispirazione dalle idee sopra accennate, deve ritenersi contenere come implicito presupposto il principio d'inerzia,

---

(1) Cfr. *Dialogorum de Ludo Globi*, Liber Primus, pag. 123 (in *Opera*, tomo I, Basilea, 1625).

(2) Che le idee atomistiche dovessero agire in qualche modo fino dagli inizi dell'umanesimo, anche solo attraverso ciò che se ne apprende da Aristotele, è cosa che si dovrebbe presumere se non si potesse storicamente affermare in base alla ritrattazione delle tesi presentate da NICOLA D'AUTRECOUR all'Università di Parigi nel 1348. (Cfr. PRANTL, *Geschichte der Logik* e LASSWITZ, *Geschichte der Atomistik*, I, 255). Sembra pure che Nicola d'Autrecour (e quindi attraverso a lui l'atomismo democriteo) abbia esercitato un'influenza anche su BURIDANO.

cioè la tendenza dei corpi alla conservazione del movimento, sebbene questa veduta rimanga ancora oscura nella mente di COPERNICO e anche in quella di KEPLERO.

Copernico e Keplero rigettano invero la teoria aristotelica circa la tendenza dei corpi ad un luogo naturale, e in quella vece richiamano l'idea pitagorico-platonica di una gravitazione avente significato più generale. Vero è che l'inerzia è concepita da Keplero come tendenza della materia a restare in quiete nel luogo che essa occupa (1); ma, dotando i corpi celesti di un'anima motrice (2), egli viene a conferire loro una facoltà o disposizione naturale al movimento rettilineo (3), che sembra debba comporsi poi con la *appetentia* o forza gravitazionale, cui sopra si è accennato.

Infatti egli dice (l. c., III. 151):

« La gravità è un'affezione reciproca dei corpi e tende alla loro unione... Se due pietre fossero poste vicine in qualche luogo del mondo, fuori dell'azione di altri corpi, esse, a somiglianza di due magneti, si riunirebbero in un luogo intermedio, percorrendo intervalli in ragione inversa della loro massa. Se la Luna e la Terra non fossero ritenute da qualche forza animale o da altra equipollente... la Terra ascenderebbe verso la Luna, percorrendo la cinquantaquattresima parte dell'intervallo, e la Luna discenderebbe verso la Terra, ecc. ».

Tuttavia, una chiara visione dei presupposti del sistema copernicano, che valga a sciogliere le difficoltà ine-

---

(1) Cfr. *Opera Omnia*, I, 161; III, 151; VI, 180, 341.
(2) Op. cit., III, 151; VI, 343, 521; VII, 748.
(3) Cfr., p. es., op. cit., III, 177-78.

renti al concetto della forza e del movimento, viene guadagnata soltanto da GALILEO GALILEI: il quale riesce al principio d'inerzia traverso una veduta approfondita della composizione dei movimenti astronomici e terrestri, e mercè lo studio particolare delle leggi della caduta dei gravi.

Nota giustamente Lagrange — nell'introduzione storica della sua *Mécanique Analytique* — che gli antichi hanno conosciuta la composizione dei movimenti, come risulta dalle *Quaestiones Mechanicae* di Aristotele, e che in particolare i geometri se ne sono valsi per la descrizione delle curve (spirale d'Archimede, concoide di Nicomede, ecc.); ma che Galileo è il primo a introdurre il movimento composto nella meccanica, per determinare matematicamente la curva descritta da un proiettile, in virtù del peso e della forza di proiezione. Si possono misurare le difficoltà che egli dovette vincere per giungere a questo concetto, studiando più da vicino lo sviluppo delle sue idee in confronto al lavoro giovanile *De Motu*, scritto intorno al 1600: dove l'autore concepisce ancora la *virtus motiva* del proiettile come privazione della gravità, e ammette che la virtù impressa venga ceduta a poco a poco dal proiettile mentre si allontana dal proicente, finchè la gravità riprenda il suo impero (1).

Tali vedute giovanili, che il nostro Galileo connette a quelle dell'antico astronomo IPPARCO, richiamano alla mente la così detta dottrina dell'« impeto composto » di LEONARDO DA VINCI, di cui forse potè tramandarsi qual-

(1) Cfr. *Opere*, ed. naz., I, 307-10, ecc.

cosa traverso a TARTAGLIA (1537) e BENEDETTI (1585) (1): cui Galileo si riattacca come a maestro. Le idee più mature sono esposte nel *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*, specie nella seconda « Giornata »: e qui si vede illustrata in tutta la sua chiarezza la composizione della gravità e della forza impressa (2), fino all'affermazione che i proiettili, prescindendo dal peso, continuerebbero indefinitamente il loro moto rettilineo (3): che costituisce il pieno riconoscimento del principio d'inerzia. Spiegazioni matematicamente più precise si trovano nei *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due Nuove Scienze* (4).

Qui il concetto della forza viene chiaramente definito come causa d'accelerazione (VIII, 201), rilevando che molta forza risulta da debolissimi momenti (VIII, 67), e così vien posta la seconda Legge newtoniana del moto, colla sola restrizione che la forza di cui si tratta sia la gravità; inoltre la prima Legge (l'inerzia) è spiegata nel suo significato di composizione sopra rilevato e illustrata col riferimento al caso (già avvertito dal Cusano) in cui si considera il moto d'una sfera su un piano orizzontale senza attrito (5): caso che Galileo può trattare come limite della

---

(1) Cfr. G. VAILATI, « Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi » (1898), *Scritti*, pag. 161 e seg.

(2) Cfr. *Opere*, VII, 175.

(3) Cfr. *Opere*, VII, 201.

(4) Cfr. in particolare *De Motu Projectorum*, IV Giornata (VIII, 268).

(5) Aggiungeremo che la tendenza dei corpi a continuare il proprio movimento in linea retta (refutazione del moto circolare naturale secondo Aristotele), trovasi anche enunciata

discesa sopra un piano inclinato (1). In conclusione, le due Leggi newtoniane del moto si trovano già a fondamento della Dinamica di Galileo, cui non manca che enunciarli come principî generali, ponendo al posto della gravità una forza qualunque e dando forma astratta al principio di inerzia: che tuttavia ritrarrà sempre il suo proprio significato dalla composizione dei moti, come principio integrativo dell'altra legge (2).

Ora convien dire che la Dinamica di Newton può essere intesa e proseguita in due sensi diversi:

1° come scienza locale, in cui si tratta di risolvere il problema del movimento entro un campo di forze che si presume dato;

2° o come scienza cosmica, dove le forze non si assumono più come dati, ma debbono essere determinate in funzione dello stato precedente dell'universo.

---

— come seconda legge della natura — da CARTESIO nei *Principia Philosophiae* (parte II, 39); sebbene mal si comprenda il significato di questa legge in un sistema che fa posto soltanto al movimento relativo. D'altra parte l'analisi dei principî della Dinamica in Cartesio rimane troppo insufficiente perchè sia qui il luogo di arrestarvisi.

(1) Qui può essere interessante ricordare che lo studio della caduta dei gravi sopra i piani inclinati, di cui Galileo si occupa già nel 1604, era stato iniziato da LEONARDO DA VINCI (1452-1519), che pare conoscesse il rapporto dei tempi corrispondenti alle cadute secondo l'altezza e la lunghezza del piano inclinato.

(2) Dicasi pure che la composizione galileiana dei movimenti è ripresa e svolta da NEWTON e contemporaneamente da VARIGNON (1687) come legge di composizione delle forze.

Questo secondo significato è inerente alla teoria della gravitazione, di cui avremo a discorrere nella Nota IV. Qui basti accennare nel modo più rapido agli sviluppi che ha ricevuto la dinamica come scienza locale, passando dalla dinamica dei punti materiali alla dinamica dei sistemi.

Dopo che GIOVANNI BERNOUILLI — estendendo i concetti galileiani — riconobbe il significato del principio delle velocità virtuali come fondamento generale della Statica, D'ALEMBERT, nel 1743, riusciva a ridurre al caso statico la questione di mettere in equazione tutti i problemi della dinamica, col principio che « le forze perdute si fanno equilibrio »; mentre MAUPERTUIS (1747) poneva a base di questa trattazione il suo principio della *minima azione*. Da tali metodi, traverso gli sviluppi di EULERO in rapporto ai problemi isoperimetrici, si svolge poi la *Meccanica analitica* di LAGRANGE (1788), che, dando forma analitica al principio delle velocità virtuali, giunge a trattare in modo completo e rigoroso tutti i problemi d'equilibrio e di movimento dei sistemi comunque vincolati.

L'assunto che le forze si misurano dal prodotto della massa per l'accelerazione (seconda Legge newtoniana), è stato sopra chiarito in rapporto alla circostanza che il punto materiale tende a conservare naturalmente la sua velocità (inerzia), e quindi che la forza agisce su di esso come causa acceleratrice. D'altra parte si può cercare una misura della forza, agente sopra un punto, secondo un dato tempo o per un dato spazio. Riferendosi, per sempli-

città di discorso, al caso in cui il punto parte dalla quiete, la forza impiegata per comunicare la velocità $v$ alla massa $m$ nel tempo $t$ — che si calcola dallo $\int m \frac{dv}{dt} dt$ — resulta la *quantità di movimento* $mv$, che CARTESIO appunto voleva prendere a misura delle forze; mentre la forza impiegata per comunicare alla stessa massa la velocità $v$, percorrendo lo spazio $s$, viene data dallo $\int m \frac{dv}{dt} ds = \int mvdv$ e risulta $\frac{mv^2}{2}$: questa è l'espressione della così detta *forza viva*, che LEIBNIZ, in opposizione ai cartesiani, assumeva come misura della forza.

Queste due espressioni, a cui rispettivamente Cartesio e Leibniz riattaccavano due diverse costanti universali, acquistano un valore scientifico positivo, che è adombrato traverso le speculazioni metafisiche di quegli autori. Infatti l'invarianza della somma delle quantità di moto costituisce la legge degli urti, chiaramente formulata da WALLIS (1671): ed avrebbe quindi un significato universale per riguardo ad una teoria cinetica cosmica di tipo democriteo (atomi liberamente mobili, senza reciproche azioni, che agiscono gli uni sugli altri soltanto per urto), come quella a cui si accosta Cartesio, e che in forma più perfetta doveva riprendere e svolgere HUYGENS (1703-1738); il quale tuttavia aggiunge alla invarianza delle somme delle quantità di movimento, anche la conservazione della somma delle forze vive.

Quanto al principio della conservazione delle forze vive, concepito da Leibniz, si può dire che esso prelude

alla scoperta della *conservazione dell'energia*, che già s'incontra in Galileo per il caso particolare della caduta dei gravi (invarianza della somma della forza viva e dell'energia potenziale), e che viene posta come primo principio della termodinamica da ROBERTO MAYER (1842). Invero il significato di questo principio, nell'ipotesi di una spiegazione meccanica dei fenomeni, è stato luminosamente chiarito da HELMHOLTZ (1847).

Diremo infine che il passaggio dalla misura delle forze (agenti per dato tempo) come quantità di moto, alla misura che si esprime nella seconda Legge newtoniana, è bene spiegato da LAGRANGE (1), precisamente nel senso delle considerazioni che innanzi abbiamo esposto. Egli dice: Come la quantità di moto $mv$ esprime la forza finita del corpo in movimento, così il prodotto della massa per la forza acceleratrice, $\frac{dv}{dt}$, esprimerà la forza elementare o nascente; e questa quantità, come misura dello sforzo che il corpo può fare in virtù della velocità elementare che ha preso o tende a prendere, costituisce la *pressione;* mentre se essa si considera come misura della forza o potenza capace di imprimere questa velocità, costituisce la ***forza motrice.***

---

(1) *Mécanique analytique*, t. I, pag. 245.

## III. — Moto, Spazio e Tempo, assoluti e relativi.

La dinamica di Galilei-Newton presuppone uno spazio assoluto a cui si riferisce il movimento (concepito esso pure come assoluto), ed un tempo assoluto secondo cui si misurano le durate. Ed invero già la legge d'inerzia riesce priva di senso, ove si prescinda da questo riferimento, poichè la linea che è retta rispetto ad un sistema appare curva relativamente ad un altro sistema (mobile); e anche il moto che si ritiene uniforme appare vario, misurato in rapporto ad un altro orologio convenzionale, le cui durate non si accordino con quelle del cosidetto orologio naturale o assoluto.

Conviene dunque esaminare quale significato possano ricevere questi concetti di spazio, tempo e moto assoluti.

1. — Il senso comune distingue fra moto relativo e moto assoluto, prendendo tuttavia per quest'ultimo il movimento rispetto alla Terra. La questione di definire in se stesso il concetto di moto, sorge nell'antica Grecia, e precisamente nella scuola d'Elea (PARMENIDE, ZENONE, V secolo a. C.). La paradossale *negazione del movimento*, che ci viene tramandata come tesi propria degli Eleati, al lume d'una critica approfondita (1), si rivela come il primo

(1) Cfr. F. ENRIQUES, « La relatività del movimento nell'antica Grecia », in *Periodico di Matematiche*, serie IV, vol. I, n. 2 (1921).

riconoscimento della relatività del moto: per cui non ha significato il dire che un corpo si muove o sta fermo, se non in rapporto ad altri corpi. Di questa tesi si vede anche l'influsso che presto ha esercitato sulla concezione del sistema cosmico, specialmente presso alcuni pitagorici come FILOLAO, che fa muovere la Terra intorno ad un fuoco centrale, ICETA ed ECFANTO, che introducono l'ipotesi della rotazione della Terra attorno a se stessa; più tardi si affaccia anche l'ipotesi della rotazione della Terra attorno al Sole, forse già in ERACLIDE PONTICO, ma certo almeno in ARISTARCO di Samo (fiorito intorno al 280 a. C.) e in SELEUCO di Babilonia (1).

Ma, di fronte alla veduta della relatività, che alla scuola d'Elea parve rendere impossibile una costruzione razionale della scienza del moto, la tesi del movimento assoluto viene affermata dagli atomisti (LEUCIPPO di Mileto, DEMOCRITO di Abdera, 460-360 a. C.); i quali suppongono che il vuoto sia qualcosa, in un certo senso esistente (così come i fisici moderni han detto con l'ipotesi dell'etere), per rendere possibile il « moto *rispetto* al luogo » (2).

Giova aggiungere che accanto alle concezioni critiche e universalistiche che si svolgono dai predetti filosofi matematici, le vedute geocentriche più ristrette tornano a farsi valere traverso le metafisiche di PLATONE e di ARISTOTELE

---

(1) Cfr. SCHIAPARELLI, « I precursori di Copernico », in *Memorie del R. Istituto Lombardo*, 1873; TH. HEATH, « Aristarchus of Samos, the Ancient Copernicus », Oxford, 1913.

(2) Cfr. ARISTOTELE, *Phys.*, IV, 6 (4).

L'uno e l'altro concepiscono la terra immobile al centro del mondo, costituito dai cieli delle stelle che gli ruotano attorno, e circondati da alcunchè di assolutamente immobile, che è per PLATONE (1) il mondo incorruttibile delle Idee, e per ARISTOTELE (*De Caelo*) diventa « il primo motore immobile ». Peggio ancora la metafisica del senso comune, che si sposa in Aristotele alla fisica delle apparenze, introduce la nozione del luogo naturale proprio ai varii corpi, che quindi tendono a muoversi come gravi verso il basso (cioè verso il centro della terra), o come leggeri verso l'alto, per raggiungere il loro luogo, rispettivamente la terra o il cielo.

D'altra parte le vedute eliocentriche, che sopra abbiamo accennato essere state affacciate da ARISTARCO di Samo (e di cui ci resta la testimonianza di ARCHIMEDE nell'*Arenario*) non riuscirono a trionfare nell'astronomia antica: nella quale si affermò il noto sistema di CLAUDIO TOLOMEO di Alessandria (II secolo a. C.), che, facendo muovere il Sole intorno alla Terra e adottando l'ipotesi dei deferenti e degli epicicli introdotta fin da APOLLONIO e da IPPARCO, riusciva a salvare le apparenze dei moti celesti.

2. — Le idee dei Greci, che non cessano di essere discusse durante il Medioevo (2), si trovano alla base delle concezioni accolte dai creatori della scienza moderna.

---

(1) *Timeo*, cap. VII.

(2) Cfr. P. DUHEM, *Le Système du Monde* (1913-17) e *Le mouvement absolu et le mouvement relatif* (1909). Questi studi sono frutto di una vasta erudizione, ma essendo ispirati alla tendenza di valorizzare la scolastica e in particolare la scuola di Parigi,

Una discussione particolarmente viva intorno al concetto del movimento fu sollevata dall'opera di COPERNICO (che resulta aver avuto cognizione dell'antica veduta d'ARISTARCO di Samo); opera lungamente maturata, attraverso studi e meditazioni, che fu pubblicata nell'anno stesso della morte dell'autore (1543). Il predicatore OSIANDER di Norimberga, che ha curata questa pubblicazione, l'ha fatta precedere da una introduzione in cui presenta la teoria copernicana come una pura ipotesi matematica, illustrante la relatività geometrica dei fenomeni di movimento; e siccome questa idea doveva naturalmente attribuirsi all'autore, il sistema copernicano non produsse subito quell'impressione che doveva suscitare più tardi, quando GIORDANO BRUNO, KEPLERO e GALILEO ne riaffermarono il significato. In ispecie Keplero ha potuto dimostrare la simulazione di Osiander (che egli deplora essere durata sessant'anni) per mezzo di lettere private dello stesso Osiander (1).

Certo la veduta eliocentrica di Copernico ha tratto impulso dal concetto della relatività del movimento quale fu svolto prima di lui da NICOLÒ DI CUSA; ma egli riesce in qualche modo alla concezione di un movimento assoluto, prendendo come sistema di riferimento la sfera delle stelle fisse, che — contenendo se stessa e tutte le cose — gli

---

riescono a trascurare elementi più decisivi nella storia della scienza, con manifesta ingiustizia verso gli Italiani (LEONARDO, GALILEO e i loro precursori): inoltre Duhem volutamente ignora le feconde idee tramandate dai così detti presocratici e la loro diretta influenza sugli uomini del Rinascimento.

(1) Cfr. IOHANNIS KEPLERI, *Opera omnia*. Francoforte, ed. Erlangen, I (1858), pag. 246.

appare come immobile, o luogo dell'universo (1). Che questo movimento assoluto possa avere anche un senso dinamico, si può vedere più o meno chiaramente in Copernico, e meglio si rivela nel concetto kepleriano dell'inerzia dei corpi, come tendenza a star fermi nel luogo in cui sono posti, fuori dell'azione di altri corpi (2).

Quanto a GALILEO, l'idea del moto assoluto, che egli non fa oggetto di una critica speciale, figura come evidente presupposto di tutta la sua costruzione della meccanica. CARTESIO invece, cercando una definizione critica del concetto di movimento, giunge a considerare il moto come una pura variazione (relativa) delle distanze fra i corpi (3); quantunque, attraverso le esitazioni con cui egli, per timori mondani e religiosi, giudica il sistema copernicano, si manifesti pure il suo intimo assenso (d'altronde storicamente provato), a quel sistema, che esige di attribuire qualche significato alla questione del moto in sè.

Ora, nel problema di cui si discorre, un argomento essenziale viene pôrto dalla distinzione fra il moto rettilineo e quello circolare. NEWTON — come già Galileo — riconosce il principio di relatività per i moti rettilinei e uniformi, ma ritiene che qualcosa di assoluto possa mettersi in evidenza nei moti circolari, con riguardo alla forza centrifuga che in essi si produce. La stessa idea pare (4)

---

(1) NICOLAI COPERNICI, *De Revolutionibus Orbium Celestium*. Libri Sex, Lib. I, Cap. X.

(2) Cfr. *Opera*, III, 151.

(3) Cfr. *Principia Philosophiae*, parte II, 9-30.

(4) HUYGENS, *Oeuvres complètes*, t. X (La Haye, 1905), pag. 669, 681 (lettere di H. a Leibniz e di L. a H. 24 agosto 1694 e 14 settembre 1694).

si fosse già presentata ad HUYGENS, cui appunto si deve lo studio della forza centrifuga.

La corrispondenza fra HUYGENS e LEIBNIZ del 1694 (otto anni dopo la pubblicazione dei *Principia*) indica che Huyghens stesso, come Leibniz, non accettasse più l'argomento newtoniano.

È assai difficile definire in modo preciso le vedute di questi due pensatori intorno al significato del movimento. Quanto a HUYGENS le lettere del 29 maggio e del 24 agosto 1694 (1) mostrano che egli riconosceva incondizionatamente il concetto della relatività del moto: a meno che non si voglia scorgere qualcosa in contrario nell'ipotesi che altrove fa di una pressione esercitata sui corpi dall'etere, supporto delle ondulazioni luminose.

LEIBNIZ invece, già molti anni prima, nella critica rivolta a Cartesio, aveva rilevato, secondo la definizione cartesiana puramente relativa: « motus reale esse nullum »; ma aggiungeva: perciò, affinchè si possa dire che qualcosa si muove, richiederemo non tanto che muti la posizione sua rispetto ad altre, ma che la causa della mutazione, forza o azione, sia nel corpo stesso (2).

Questa veduta viene richiamata dal Leibniz nella risposta che dà alla prima lettera sopra citata di Huygens, il 22 giugno 1694 (3). Quanto alla differenza fra moto assoluto e relativo — egli dice — se il moto o piuttosto la

---

(1) *Oeuvres*, tomo X, pag. 609, 670.

(2) *Animadversiones in partem generalem Principiorum cartesianorum*, n. 25-26. Cfr. LEIBNIZ, *Die Phylosophische Schriften*, ed. Gerhardt, t. IV, pag. 369.

(3) HUYGENS, op. cit., pag. 645.

forza movente i corpi è qualcosa di reale, come sembra doversi riconoscere, bisognerà che abbia un soggetto. È ben vero che i fenomeni di moto, qualunque sia il numero dei corpi che si muovono, non fornirebbero nè a noi nè agli angeli ragione infallibile per determinare il soggetto del moto o il suo grado, sicchè ciascuno potrebbe essere egualmente in quiete o in moto; ma non si può negare che veramente ciascuno ha un certo grado di moto o se si vuole di forza, nonostante l'equivalenza delle ipotesi. Sebbene questa conseguenza porti che in natura c'è qualche altra cosa oltre ciò che può determinare la geometria.

LEIBNIZ aggiunge che, contro l'opinione di Newton, la detta equivalenza d'ipotesi vale, a suo avviso, non solo per i moti rettilinei, ma anche per quelli circolari, poichè questi risultano dalla composizione di moti rettilinei (1): dove egli trascura la circostanza essenziale che il principio di relatività vale soltanto nel caso di moti rettilinei uniformi (o almeno tali rispetto a un sistema di riferimento cui pure si riferiscano le forze).

In una lettera successiva, del 14 settembre 1694 (2), Leibniz sembra attenuare il dissenso con Huygens, dicendo che quando assegna certi moti a certi corpi non ha altra ragione che la semplicità dell'ipotesi, poichè egli crede che la più semplice sia da tenere come vera; e dice che infine la differenza è solo nel linguaggio che egli cerca di accomodare all'uso comune « salva veritate ».

---

(1) Cfr. LEIBNIZENS, *Mathematische Schriften*, ed. Gerhardt, t. VI, pag. 15, 501-7.

(2) HUYGENS, op. cit., pag. 681.

Le opinioni di Leibniz sulla questione hanno subìto più tardi una modificazione?

Tale problema storico esigerebbe un esame più profondo di quello che possiamo fare in questa occasione. Certo è che nella terza lettera a Clarke del 1715, Leibniz porge una dimostrazione critica della relatività del moto che si richiama al principio di ragion sufficiente (1), e che appare anche oggi eccellente sotto l'aspetto filosofico. Egli dice:

« Lo spazio è alcunchè di assolutamente uniforme; e senza le cose che vi si trovano, un punto dello spazio non differisce affatto da un altro. Di qui segue, supposto che lo spazio sia in se stesso qualcosa oltre l'ordine delle cose tra loro, che non può esservi una ragione perchè Dio, conservando le stesse posizioni dei corpi tra loro, abbia situati i corpi nello spazio così e non altrimenti, e perchè tutto non sia stato invece preso a rovescio, per esempio con uno scambio dall'oriente all'occidente. Ma se lo spazio non è altro che quell'ordine o rapporto, e non è proprio niente senza i corpi, tranne che la possibilità che ve ne sian posti, quei due stati, l'uno qual'è, l'altro supposto a rovescio, non differiscono punto fra loro... » (2).

---

(1) Per un'illustrazione di questo principio cfr. ENRIQUES, « Il principio di ragion sufficiente nella costruzione scientifica », in *Scienza e razionalismo*, Bologna, 1912.

(2) A titolo di curiosità è interessante rilevare che un neo-leibniziano contemporaneo, cioè l'insigne logico matematico BERTRAND RUSSELL, in un'appendice ai suoi *Principles of Mathematics*, crede di poter affermare il significato del movimento assoluto basandosi sulla distinzione di Leibniz fra l'ente

Del problema della definizione del moto si trova ancora un accenno in EULERO (1). Il quale — avendo definito il moto come traslazione del corpo rispetto al luogo, e il luogo come parte dello spazio (op. cit., *Def.* I, II) — rileva poi che ogni idea che abbiamo del moto è relativa, perchè le leggi del moto non bastano a definire il sistema di riferimento se non a meno di una traslazione uniforme (op. cit., 80, 81) : dove è difficile scorgere un progresso sul pensiero di Newton.

3. — Il grande sviluppo della meccanica newtoniana per opera di LAGRANGE, LAPLACE, ecc., durante quasi un secolo, sembra non lasciare più posto a una discussione critica dei principî. La possibilità di mettere in evidenza il movimento di rotazione nel sistema della dinamica newtoniana, sviluppandosi nella deduzione delle proprietà del giroscopio e del piano d'oscillazione del pendolo, conduce alle memorabili esperienze di FOUCAULT (1850), nelle quali i contemporanei ravvisarono una prova decisiva della rotazione assoluta della terra. E tuttavia — come il MACH doveva osservare più tardi — in queste, e in altre esperienze analoghe, non è lecito vedere nulla di più che un movimento relativo alle direzioni delle stelle fisse!

Proprio intorno alla metà del secolo scorso, l'attenzione dei pensatori matematici viene richiamata intorno

---

(intelligibile) e l'esistente (sensibile): non importa che lo spazio esista sensibilmente, ma basta che possa essere pensato, perchè abbia senso il movimento dei corpi rispetto ad esso.

(1) EULER, *Mechanica sive motus scientia analytice esposita*, Petropoli, 1736. Cfr. « Reflexions sur le temps et sur l'espace », in *Mem. Acc.*, Berlino, t. IV, 1748.

alla questione del sistema di riferimento della meccanica. Così il REECH (1) esprime nettamente la veduta che la legge d'inerzia non sia un principio nè un fatto d'esperienza, ma una pura convenzione, e stabilisce i fondamenti di una Statica relativistica, che più tardi l'ANDRADE (2) doveva prolungare in uno sviluppo formale della Dinamica.

In una nota dei *Comptes Rendus* del 1869, e più diffusamente nella sua grande opera metodica (3), il DUHAMEL dice nettamente: « Le mouvement absolu généralement admis jusqu'ici est une *pure chimère,* fondée sur une autre chimère, celle d'un éspace éternel et absolu. Nous avons encore à combattre une conception aussi chimérique que celle d'une espace éternel et absolu, qui fait du temps un être éternel indépendant de toute création ».

Frattanto anche C. NEUMANN (4) rilevava che il principio d'inerzia posto a fondamento della dinamica è incomprensibile se non sia dato uno spazio immobile di riferimento, che bisogna ipostatizzare introducendo un « corpo rigido alfa » (op. cit., pag. 15), d'altronde affatto sconosciuto; ma in rapporto a questa supposizione ritiene di poter definire il tempo (op. cit., pag. 18). Critiche più approfondite intorno al concetto di movimento sono

(1) *Cours de Mécanique,* Parigi, 1852.

(2) *Leçons de Mécanique physique,* Parigi, 1856

(3) Cfr. *Méthodes dans les Sciences de Raisonnement,* 1870. IV, 454.

(4) *Die Prinzipien der Galilei-Newton'schen Theorie.* Lipsia, 1870.

svolte poi da H. STREINTZ (1) ed E. MACH (2). In particolare quest'ultimo ha sostenuto nettamente che, allo stesso modo che per le traslazioni, non vi è luogo a distinguere una rotazione assoluta da una relativa. « Una rotazione relativa alle *stelle fisse* dà origine in un corpo a delle forze di allontanamento dall'asse. Se la rotazione non è relativa alle stelle fisse, queste forze di allontanamento non esistono ». Ed è irrealizzabile e priva di senso l'idea di fissare il secchio d'acqua di Newton e fargli girare attorno il cielo delle stelle fisse, perchè i due casi sono indiscernibili nella percezione sensibile. Perciò Mach considera « questi due casi come ne formassero uno solo, e la distinzione che ne fa Newton illusoria ».

La critica di Mach è inconfutabile ed anche altamente suggestiva, in quanto induce a ricercare nella presenza delle masse stellari la causa delle forze centrifughe. Tuttavia non sarebbe giusto dire che il sistema delle stelle fisse è un sistema di riferimento come un altro: esso ha pure qualcosa di proprio o di assoluto (se a questa parola si vuol dare un senso dopo avere riconosciuto che non ha senso lo *spazio assoluto*), in quanto è costituito dalla totalità dei corpi che compongono il nostro universo. Invero, se si ammette che vi siano stelle

---

(1) *Die physikalische Grundlage der Mechanik* (1883).

(2) *Erhaltung der Arbeit* (1872), *Die Mechanik in ihrer Entwickelung historisch critisch dargestellt* (1883). Trad. ital. dell'ediz. VI (1908), a cura di GAMBIOLI, Albrighi e Segati, 1909. Cap. 2°, VI. A questa rimandiamo per un riferimento su altri lavori di LANGE (1886), PEARSON (1892), FRIEDLÄNDER (1896).

comunque lontane, ma — conformemente all'osservazione — si postula per esse un limite della velocità relativa, si deduce che le rette congiungenti le stelle via via più lontane tendono a definire al limite un sistema di direzioni mutuamente invariabili: che costituisce appunto un sistema di riferimento per le cosidette rotazioni assolute nella dinamica di Galilei-Newton.

Questa dinamica (con le diverse conseguenze che dipendono da un noto teorema di CORIOLIS) permette di determinare con pure esperienze interne, entro una palla di Giulio Verne, i movimenti di rotazione di un sistema rispetto alle direzioni definite come sopra: che è un modo di porre in evidenza la solidarietà del sistema con l'universo. Invece esperienze interne della stessa specie non varrebbero mai a discernere un moto di traslazione uniforme, e nemmeno non uniforme, quando si dia anche alla forza il suo significato, puramente relativo.

Tali considerazioni sono svolte lungamente nella critica di ENRIQUES (1), che riesce a stabilire ciò che della dinamica newtoniana riman vero rispetto ad un sistema di riferimento qualsiasi. Ma, anche nel completamento formale datone dal GIORGI (2), esse non oltrepassano il punto di vista della meccanica locale, e però non contengono in alcun modo una spiegazione del rapporto fra le forze centrifughe e il sistema delle stelle fisse, che è stata guadagnata più tardi da EINSTEIN.

---

(1) Cfr. *Problemi della scienza*, cap. V-VI, Bologna, 1906.

(2) «Il problema del moto assoluto nelle leggi fondamentali della dinamica», *Rendic. Circolo Mat. di Palermo*, 2° sem. 1912.

4. — La ricerca di un corpo alfa rispetto al quale valgano le leggi della dinamica newtoniana, doveva naturalmente suscitare l'idea di assumere come tale l'etere immobile, che secondo la teoria elastica di Huygens (trionfante sull'ipotesi dell'emissione di Newton, in seguito agli sviluppi di IOUNG, FRESNEL, ecc., nella prima metà del sec. XVIII) viene postulato come supporto delle ondulazioni luminose. Il fenomeno dell'aberrazione della luce, scoperto da BRADLEY nel 1725, poteva a tutta prima interpretarsi come una messa in evidenza del movimento della terra rispetto all'etere, senonchè una critica più rigorosa scopriva che quel fenomeno tiene soltanto al movimento relativo della terra rispetto alle stelle. Ma poichè l'ottica ondulatoria, e più tardi l'elettromagnetica (in cui l'ottica viene a rientrare con MAXWELL ed HERTZ), è costruita prendendo un etere immobile, da questo presupposto deve essere possibile dedurre qualche esperienza in cui si renda evidente il moto dei corpi rispetto all'etere: così per esempio il POINCARÉ (1) osserva che la stessa aberrazione della luce potrebbe condurre a una prova di questo genere, ove si tenti di apprezzare la variazione della costante di aberrazione.

Appunto per mettere in evidenza il moto dei corpi rispetto all'etere, secondo le previsioni della teoria elettromagnetica di Maxwell, il fisico MICHELSON ha istituito un celebre esperimento, il cui esito negativo non poteva a dir vero sorprendere gli spiriti critici, non credenti alla effettiva realtà dell'etere. Ad ogni modo tale esperimento

(1) Cfr. *La Valeur de la Science*, 1905, pag. 204.

è stato il punto di partenza di un ulteriore sviluppo delle teorie elettromagnetiche, che, attraverso LORENTZ, si conclude nella dottrina di EINSTEIN (1905 - 19): dove il postulato della relatività del movimento viene assunto a priori, nel senso più esteso, in base ad una veduta filosofica della ragion sufficiente.

5. — Per salvare la relatività dei fenomeni dinamici e elettromagnetici, anche in rapporto al dato sperimentale della costanza della velocità della luce, LORENTZ è stato condotto ad escogitare una ipotesi del « tempo locale », da cui deriva la profonda critica einsteiniana della relatività del tempo.

Il problema del tempo non sembra essere stato studiato nella storia, così largamente come quello dello spazio e del moto. Gli antichi pare definissero il tempo per mezzo del movimento: così appunto ARISTOTELE nel *De Caelo* dice che il tempo è « il numero del moto ». LEIBNIZ, facendo seguito al passo sopra citato della terza lettera a Clarke, dice che anche il tempo come lo spazio è relativo: ma questa affermazione non va oltre al riconoscimento di un ordine di successione in cui l'origine è arbitraria.

In vero l'idea del tempo suppone due cose: un ordine di successione e un apprezzamento delle durate; e l'ipotesi del tempo assoluto di Newton implica che il confronto di *durate eguali*, sia successive nel medesimo luogo, sia simultanee in luoghi diversi, abbia sempre un significato reale. Ora, per quanto concerne l'uguaglianza delle durate (che già D'ALEMBERT tentava di definire nel suo trattato del 1758), e quindi per la misura naturale del tempo in un dato luogo, si deve riconoscere che essa risponde ad un

postulato fisico generalissimo che viene presupposto nello sviluppo storico dell'orologio (1): e ciò sebbene appaia priva di senso la concezione assoluta di Newton (2).

Ma quando si cerca di stabilire l'accordo degli orologi in luoghi diversi, che si muovano l'uno rispetto all'altro, si è condotti a riconoscere che non si può dargli un senso positivo, se non per mezzo di segnalazioni ottiche o elettromagnetiche; appunto di qui EINSTEIN deduce che un accordo per tutti i luoghi non si può dare, in modo che non soltanto le durate appaiono diverse da luogo a luogo, ma, ciò che sembra più paradossale, anche la simultaneità degli avvenimenti ha un senso relativo all'osservatore che li contempla. Questo riconoscimento della relatività del tempo, che deve ritenersi come un trionfo della filosofia critica e positiva, è proprio ciò che costituisce il maggiore ostacolo all'accoglienza della dinamica einsteiniana, da parte di fisici repugnanti alla critica filosofica.

---

(1) Cfr. ENRIQUES, *Problemi della Scienza*, cap. V.

(2) Qui conviene ricordare che questa concezione, come quella dello spazio assoluto, ha ricevuto un sostegno dalla filosofia di KANT; l'influsso del quale si vede, per esempio, nella *History of scientific Ideas* di WHEWELL (1858).

## IV. — La Meccanica di Newton come scienza cosmica.

1. — Abbiamo già rilevato che la dinamica di Newton può essere compresa, non soltanto come scienza locale del movimento, bensì anche come scienza cosmica in cui, essendo date le posizioni e le velocità dei corpi celesti che costituiscono lo stato iniziale dell'universo (o almeno del sistema solare concepito come isolato) in un certo istante, si riesce a determinare i loro movimenti: a tal uopo si assumono le forze esercitantisi ad ogni momento, in funzione delle posizioni relative dei corpi stessi. Più precisamente la teoria newtoniana stabilisce che queste forze si esercitino come attrazioni fra le particelle dei corpi, proporzionalmente al prodotto delle masse e in ragione inversa ai quadrati delle distanze; e in particolare fa rientrare nell'azione attrattiva della Terra le forze di gravità, che agiscono alla superficie di questa.

Tentativi per spiegare la gravità come rientrante in una legge di attrazione più generale, si possono far risalire alle speculazioni dei Greci. I sistemi cosmici dei filosofi Jonici, in ispecie di ANASSAGORA e di DEMOCRITO, cercavano appunto di spiegare il meccanismo dell'universo con il giuoco di due forze opposte: l'una *centrifuga*, nascente dalla rotazione (della Terra o del mondo), e l'altra *centripeta;* e vi è motivo di congetturare che qualcosa possa essere stato tentato per dedurre quest'ultima nel senso di alcune teorie cinetiche moderne. Una spiegazione di carat-

tere meno scientifico, ma pur sempre cosmico, della gravità, ci vien pôrta, d'altronde, dal *Timeo* di PLATONE (1), ove si postula una tendenza all'unione delle materie simili.

Ora l'idea di un'attrazione fra Sole e pianeti e fra Terra e Luna, s'incontra in COPERNICO e KEPLERO (cfr. Nota II), quantunque non si possa dire che questi autori riuscissero a comprendere chiaramente come la detta forza attrattiva, rivolta verso la normale all'orbita, si componga con la velocità tangenziale mantenuta per inerzia, costituendo così la causa del movimento circolare o ellittico: poichè la comprensione chiara di ciò resulta soltanto dai principî di composizione e d'inerzia della dinamica di GALILEO. Pertanto sembrerà naturale che, dopo Galileo, si siano fatti diversi tentativi nel senso della spiegazione newtoniana dei moti celesti. Vi è luogo in ispecie ad accennare al libro sui satelliti di Giove, pubblicato da uno scolaro di Galileo, GIOVANNI ALFONSO BORELLI (1666), in cui si rileva che il mantenimento dei pianeti in orbite circolari attorno al sole dà luogo ad una forza centrifuga, che deve essere contrastata da una tendenza o forza opposta: dove Borelli evita di parlare di *attrazione* del Sole, e fa giuocare due strati d'etere di densità diverse, fra cui i pianeti navigherebbero.

2. — Anche nell'ambiente più vicino a Newton si sono fatti dei tentativi nel senso della teoria della gravitazione: e sebbene si sappia che l'autore stesso coltivava spontaneamente quest'ordine d'idee fino dal 1666, resulta an-

(1) Cfr. 63, c, e.

che che tali tentativi hanno stimolato il Nostro a proseguire e condurre a termine le sue ricerche (1).

Anzitutto conviene menzionare lo studio di HUYGENS sopra la forza centrifuga (1674), in cui egli trova che i corpi mossi circolarmente dan luogo ad una forza centrifuga uguale al rapporto del quadrato della velocità al raggio del cerchio: a tale proposito osserva Lagrange che per estendere questo resultato alle curve — come fece Newton — bastava combinarlo colla teoria delle sviluppate, che appartiene ancora a Huygens, e che riduce le piccole curve ai cerchi osculatori.

Nel 1674 HOOKE dichiarò che i moti dei pianeti possono derivare da un'attrazione del sole, e alluse anche alla possibilità d'un'attrazione della terra sui corpi vicini: siccome egli aveva presente l'analogia dei magneti e pensava l'attrazione come un *irraggiamento*, così giunse anche a supporre che essa diminuisse colla distanza, e in proporzione al quadrato di questa.

L'astronomo HALLEY (celebre per la cometa a cui ha dato il nome) nel 1684 riscoprì ciò che Newton aveva per proprio conto scoperto fin dal 1666: che la terza legge di Keplero, nel caso di orbite circolari, porta di conseguenza una forza attrattiva del Sole in ragione inversa del quadrato della distanza. Una lunga discussione si aprì

(1) Alludiamo in ispecie ad una lettera di HOOKE del 1679 e ad una visita di HALLEY a Newton nel 1684. Questa storia è stata ricostruita con documenti nelle *Memoirs of Sir Isaac Newton* di BREWSTER e nell'*Essay on Newton's Principia* di ROUSE BALL. Cfr. A. BERRY, *A Short History of Astronomy*, trad. it. di GAMBIOLI (Albrighi e Segati, 1907).

quindi fra HALLEY, WREN e HOOKE, sul problema di determinare quale traiettoria dovrebbe descrivere in generale un corpo per effetto d'una siffatta attrazione: e la risposta, che già Newton possedeva, fu da questi comunicata a Halley.

In tutta questa storia — che abbiamo solo rapidamente accennato — si rivela l'estrema circospezione di NEWTON, che trattenne per sè e non volle pubblicare il resultato dei propri studi finchè non raggiunse la forma più matura, ottenendo il riscontro più preciso coi dati d'osservazione (la cui inesattezza lo aveva fatto in un primo tempo dubitare); e tuttavia non si può a meno di apprendere con meraviglia che egli giungesse fino a smarrire i suoi calcoli, che ebbe a riprendere e rifare per pubblicarli nelle *Propositiones de Motu* del 1684 e nei *Principia* del 1686, in seguito alla sollecitazione di Halley.

Tutti i particolari della ricerca sono stati curati da Newton, e così, per esempio, essendo stato tratto a pensare (pel fatto di corpi liberi attratti dalla Terra) che l'attrazione si eserciti fra le particelle di materia, ei rimase lungamente incerto a meditare perchè nei moti celesti questa potesse riferirsi ai centri: finchè nel 1685 riuscì a giustificare che una sfera composta di strati concentrici omogenei agisce come una massa riunita nel centro.

Ma, oltre che nel difficile lavoro di costruzione deduttiva, il genio di Newton rifulge nella facoltà concretatrice per cui egli, con una grandiosa applicazione del principio di continuità, si rappresenta il movimento della Luna intorno alla Terra come quello d'un proiettile lanciato da sufficiente altezza, per modo che la traiettoria

della sua caduta non vada più ad incontrare la superficie terrestre.

3. — Il *metodo* di NEWTON fa epoca nella storia della scienza, non meno del resultato. Newton assume come dato di fatto le prime due leggi di KEPLERO (1) del movimento dei pianeti, e ne deduce che questi moti sarebbero determinati nell'ipotesi di forze attrattive del Sole, mentre la stessa ipotesi porta a ritenere come approssimata e a correggere la terza legge. Ma l'ipotesi si estende naturalmente ai pianeti e alla Terra, rendendo conto del moto dei satelliti e in particolare della Luna, e subordinando i fenomeni della gravità. Così estesa, l'ipotesi newtoniana d'una forza attrattiva esercitantesi fra tutte le particelle materiali, porta di conseguenza che le ellissi kepleriane sono soltanto la prima approssimazione d'un movimento più complicato, in cui si deve tener conto delle mutue azioni planetarie (*perturbazioni*). Newton ha adoperato dunque la deduzione come un modo di generalizzazione e di correzione delle ipotesi: la sua teoria, costruita sul fondamento delle leggi di Keplero, le riassume e le supera, e sotto questo riguardo offre un esempio storico del processo logico della scienza (2).

Ma, per i contemporanei e prossimi successori, la caratteristica del metodo di Newton non sta tanto qui,

(1) Cfr. DANIELE, « I moti planetari e le leggi di Keplero », in *Periodico di Matematiche*, serie IV, vol. I, 4 (luglio 1921). ARMELLINI, « Come si determinano le orbite planetarie », ivi, serie IV, vol. II, 5 (novembre 1922).

(2) Cfr. ENRIQUES, *Per la storia della Logica* (Bologna, 1922). Appendice.

quanto nel metter da parte e rinunziare (almeno provvisoriamente) alla ricerca di *vere cause*, o cause meccaniche, atte a soddisfare la ragione, per appagarsi d'una spiegazione scientifica *positiva:* dove si comprendono i fenomeni deducendoli uniformemente da una supposizione semplice, che non viene altrimenti esplicata. Invero Newton non pretende dotare i corpi d'una virtù occulta d'attrazione, bensì afferma che tutto procede *come se* i corpi si attraessero secondo la legge da lui determinata.

Così appunto nella Def. VIII dei *Principia*, egli dice di dare il concetto matematico della forza, senza pretendere di darne la sede fisica.

Da qualche passo che è stato opportunamente valutato (1) resulta che Newton si rendeva conto della difficoltà di concepire un'azione istantanea attraverso il vuoto senza l'intermediario di qualche sostanza trasmettente (ipotesi che egli stesso dichiara assurda nella terza lettera a Bentley); e d'altronde nello « Scolio Generale » posto alla fine dei *Principî*, che abbiamo riportato nella nostra traduzione, si vede pure un accenno alla possibilità di dedurre le forze gravitazionali mediante la pressione di un etere. Ma egli si arresta di preferenza alla constatazione positiva delle forze come leggi della natura: « *rationem vero harum gravitatis proprietatum nondum potui deducere et hypotheses non fingo* ».

Anche nella Quaestio XXI dell'*Ottica*, il Nostro riprende l'accenno all'etere che potrebbe dar ragione delle

---

(1) Cfr. B. TAYLOR, *Kinetik Theories of Gravitation* (Smithsonian Report, 1876).

forze attrattive; ma nella XXXI riafferma che nella filosofia sperimentale le ipotesi *pro nihilo sunt habendae*. E lascia incerto se veramente la ragione della gravità non sia da cercare, invece che nelle proprietà di un mezzo materiale, nell'intelligenza dello Spirito creatore: difendendosi, ad ogni modo, dall'introdurre in tal guisa qualità occulte (nel senso delle forme specifiche degli Scolastici) con l'osservare che le forze cadono manifestamente nel dominio del sensibile, mentre occulte sono piuttosto le loro cause.

Ora questo agnosticismo che, a prescindere dai motivi teologici, precorre lo spirito della filosofia positiva, e anche solo il provvisorio adattamento alle esigenze del progresso scientifico, doveva riuscire meno soddisfacente alla mentalità dei contemporanei, che (massime sul continente) tardarono a comprenderne il valore. Infatti le speculazioni filosofiche di CARTESIO e di LEIBNIZ avevano suscitato un ideale più ambizioso della scienza, che rinnovava in gran parte le concezioni di DEMOCRITO: spiegare tutti i fenomeni della natura partendo dalla supposizione delle proprietà più elementari dei corpi (figura geometrica, solidità, ecc.), e così deducendole dall'ipotesi d'un sistema cinetico in cui giuochino soltanto atomi mobili urtantisi fra loro, vortici, ecc.

A spiriti siffattamente educati le concezioni newtoniane repugnavano, tanto più quanto più apparivano sollevarsi da una scienza puramente locale ad una spiegazione cosmica. Da questa repugnanza derivano, non soltanto il ritardo di taluni ambienti accademici ad accogliere la dottrina newtoniana, bensì anche i tentativi che in vario

senso furono fatti, a partire da HUYGENS e da FATIO DE DOUILLERS, per spiegare la causa della gravitazione. I quali tentativi non cessano di proseguirsi anche dopo il successo della dottrina newtoniana, fino ai nostri giorni. Due idee soprattutto sembrano qui ispirare le speculazioni dei fisici:

1° l'idea che le forze gravitazionali possano dipendere dalle differenze di pressione di un etere omogeneo, che già abbiamo vista affacciarsi a Newton, e che in nuova forma si ritrova nelle sfere pulsanti entro un fluido incompressibile di BJERKNES (1900);

2° e l'idea, già avanzata da Fatio De Douillers, di derivare la gravitazione dagli urti di particelle mobili sparse per tutto l'universo, quali sono i « corpuscoli ultramondani » di LE SAGE (1782): la quale ipotesi è stata più recentemente approfondita da ISENKRAHE (1879, 1891).

Ma noi non ci indugeremo su questi tentativi e sulle difficoltà che vi si collegano, rimandando per più larghe notizie al citato rapporto di TAYLOR e ad un rapporto di ISENKRAHE (1), nonchè all'articolo di ZENNECK nell'*Encyklopädie der Mathematischen Wissenchaften* (2).

Ora, di fronte alle difficoltà filosofiche sopra accennate, si deve segnalare il successo crescente delle previsioni cui conducono gli sviluppi della teoria newtoniana, poichè per opera di EULERO (1707-1783), CLAIRAUT

---

(1) « Isaac Newton und die Gegner seiner Gravitationstheorie... », Programma del Ginnasio di Crefeld, 1877-78.

(2) V, 1 (1903).

(1713-1763), D'ALEMBERT (1714-1783), LAGRANGE (1736-1813), e LAPLACE (1749-1827), si è riusciti a dare forma quantitativa sempre più precisa alle deduzioni qualitative già accennate da Newton.

Invero Newton stesso aveva riconosciuto che la più esatta determinazione del moto dei corpi del sistema planetario deve tener conto, non soltanto dell'attrazione di un corpo prevalente (il Sole per i pianeti e la Terra per la Luna), sì anche delle perturbazioni degli altri corpi: anzi, per un certo tratto almeno, basta considerare un solo corpo perturbatore, di guisa che si è condotti al così detto *problema dei tre corpi* (1) in cui si domanda precisamente di determinare i moti di tre punti materiali che si attraggono secondo la legge newtoniana. Di questo problema occorre studiare specialmente due casi particolari: il primo dei quali, contradistinto dall'enorme distanza di uno dei corpi, conduce alla teoria della Luna, mentre il secondo, in cui la massa perturbatrice è molto piccola rispetto a quella di un corpo prevalente, risponde al caso dei pianeti.

Fra le conferme più brillanti della teoria, ricorderemo anzitutto quella che si riferisce già al problema dei due corpi, cioè la ricomparsa della cometa di Halley, veduta il giorno di Natale del 1758, con un mese ed un giorno di anticipo sulla data preveduta da Clairaut: il quale invero aveva valutato ad un mese il limite di errore della sua previsione.

---

(1) La storia di questo problema è esposta nel dotto studio di R. MARCOLONGO, *Il problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni*, Milano, Hoepli, 1919.

Però il secolo XIX ha assistito ad un trionfo anche più splendido dell'astronomia newtoniana, con la scoperta di Nettuno, visto da GALL, dell'Osservatorio di Berlino, il 23 settembre 1846. Infatti questa scoperta risponde alla previsione teorica fatta da LE VERRIER che (incitato da ARAGO nel 1845) aveva studiato appunto gli elementi del moto di un pianeta capace di produrre le perturbazioni che gli astronomi osservavano nel movimento di Urano e che non si riusciva altrimenti a spiegare. Le Verrier, mercè l'uso di un'ipotesi ausiliaria (la così detta legge empirica di Bode sulle distanze dei pianeti), riuscì a rendere determinato il problema, e lo sconosciuto pianeta, Nettuno, apparve infatti a GALL nella notte sopra indicata, a meno di un grado dal luogo che gli assegnavano i calcoli del matematico francese.

A questo proposito è pur giusto ricordare che, indipendentemente da Le Verrier, anche il giovane inglese ADAMS, fino dal 1844, aveva studiato il problema di Urano, preannunziando all'astronomo reale AIRY l'esistenza di un nuovo pianeta perturbatore, che avrebbe potuto essere trovato nelle ricerche fatte durante l'autunno 1845, se la sua comunicazione fosse stata accolta con maggiore fiducia.

Gli straordinari successi che abbiamo ricordato sono atti a colpire in sommo grado la fantasia popolare; ma le menti scientifiche troveranno non meno meravigliosi altri aspetti della dottrina newtoniana: soprattutto la sua *estensione* e l'*esattezza* delle previsioni che ne derivano.

Per quanto concerne l'estensione, abbiamo già ricordato come la teoria, foggiata per rappresentare i movi-

menti dei pianeti e dei loro satelliti, sia riuscita a comprendere il moto delle comete: questo resultato appartiene già a NEWTON, e risponde a ciò che Halley aveva supposto possibile. Ed ora conviene dire che la teoria trova egualmente una verifica nelle più lontane regioni dei cieli, dove i moti rivolutivi delle stelle doppie (messi in evidenza da GUGLIELMO HERSCHELL) appariscono farsi in orbite keplerіane, siccome FELICE SAVARY ha osservato primamente nel 1827, per la $\xi$ dell'Orsa Maggiore.

Per contro la stessa teoria riceve una diretta conferma terrestre nelle esperienze di ENRICO CAVENDISH (1798) che valgono a misurare l'attrazione di due masse di piombo convenientemente avvicinate. La quale misura — fornendoci la *costante* della gravitazione — conduce direttamente a dedurre dalle attrazioni esercitate sugli altri corpi celesti, non soltanto i rapporti delle masse, bensì anche le masse stesse di codesti corpi, e in particolare della terra: si trova per questa una densità media di circa 5,50, che consuona abbastanza bene col valore a cui portano le esperienze di AIRY (1826, 1852); il quale, facendo oscillare un pendolo a una data profondità della superficie terrestre, riesce a calcolare, colla diminuzione della gravità, l'attrazione d'una calotta sferica superficiale, la cui densità è press'a poco conosciuta.

Per quel che riguarda l'esattezza delle previsioni astronomiche nella teoria newtoniana, le tavole pazientemente costruite da LE VERRIER, e nuovamente calcolate da NEWCOMB, conducono a concordanze meravigliose. Per rendersene conto basta guardare i quadri che si trovano nell'ultimo capitolo del *Traité de Mécanique céleste*

di TISSERAND (t. IV, 1896) e richiamarne le conclusioni. Le ineguaglianze così numerose e complicate, talune anche considerevoli, del moto della Luna, sono rappresentate in modo che il massimo scarto del nostro satellite dalla posizione calcolata sale a un angolo di 15″ in due secoli e mezzo: ciò che risponde ad 1″ di anticipo o di ritardo nel passaggio dell'orlo illuminato della Luna davanti al filo del nostro telescopio! In particolare una di codeste ineguaglianze, scoperta da LAPLACE, dipendendo dalla forma della Terra, offre la misura del suo schiacciamento, in accordo colle determinazioni geodetiche.

Similmente le posizioni dei pianeti, per un secolo e mezzo, sono rappresentate a meno d'un angolo di 1″ con una sola eccezione: Mercurio in alcune regioni dell'orbita avanza o ritarda fino a 8″ (un mezzo secondo di tempo alla fine d'un secolo), ciò che porta uno spostamento del suo perielio fino a circa 40″; assai meno importanti sono i disaccordi per il nodo di Venere e per il perielio di Marte.

In ultima analisi si prova un senso di maraviglia, non soltanto per la precisione della teoria, ma anche per l'esattezza delle misure praticamente raggiunte dagli astronomi: quando essi si mettono in grado d'affermare che l'ineguaglianza del perielio di Mercurio riesce superiore agli errori d'osservazione, e dà luogo quindi ad un problema che deve essere risoluto!

Senonchè i grandi resultati della teoria newtoniana dovevano suscitare, assai naturalmente, speranze anche più ambiziose. Già con Newton si vede affacciarsi l'idea che le forze gravitazionali rientrino in un tipo più generale

di azioni interatomiche o forze centrali, che, a seconda della distanza, possono essere attrattive o repulsive, e che valgono a render conto delle proprietà di coesione e d'elasticità e di tutti i fenomeni della materia. Lo sviluppo di quest'idea è per quasi due secoli la storia della fisica teorica, che giunge fino ai nostri giorni. Infatti la formula di VAN DER WAALS, che corregge le leggi dei gas perfetti relativi ad un meccanismo cartesiano (atomi liberamente mobili urtantisi reciprocamente), assume appunto come rappresentazione del gas un meccanismo newtoniano, in cui fra gli atomi si esercitano forze centrali; e in una forma poco modificata questa rappresentazione si ritrova pure nelle novissime teorie nella struttura dell'atomo e nella costituzione della materia (gazzosa, liquida ed anche solida), che pur si riattaccano alla spiegazione elettrica dell'universo di cui diciamo in appresso. D'altronde l'ipotesi delle forze centrali resterà benemerita del progresso scientifico, almeno per ciò: che una delle conseguenze che se ne deducono, la conservazione dell'energia, è divenuta uno dei principii più fermi e più generali della Fisica moderna.

Non è possibile descrivere qui, neppure rapidamente, il progresso dei tentativi per una spiegazione meccanica dei fenomeni fisici (1). Diremo soltanto che le difficoltà incontrate per spiegare in tal senso i fenomeni elettro-magnetici hanno condotto infine ad invertire il problema, riconducendo i fenomeni meccanici, e in generale tutti i fenomeni fisici, al tipo elettrico, che oggi si assume come primitivo per la scienza. In quest'ordine d'idee lo spirito

(1) Cfr. ENRIQUES, *Problemi della Scienza*, cap. VI.

filosofico ha potuto appagare talune aspirazioni fondamentali, cui aveva solo provvisoriamente rinunziato, accettando il sistema newtoniano: non si fa più luogo ad azioni a distanza, che riesce impossibile di concepire propagantisi istantaneamente senza intermediario, e in quella vece si ristabilisce la contiguità causale nello spazio e nel tempo. Per contro, questa soddisfazione, e insieme tutta la unità grandiosa del sistema della natura, si guadagna soltanto a prezzo di uno sforzo critico, che obbliga a rompere le abitudini del nostro pensiero, accettando la relatività del tempo (oltrechè quella del moto) e modificando i principii della dinamica newtoniana. Questi rimangono validi soltanto in maniera approssimativa per piccole velocità e quindi per il moto incipiente; la composizione delle velocità più elevate non avviene più secondo la legge galileiana; in particolare, niuna velocità può essere aggiunta alla velocità della luce, che costituisce un limite insuperabile: cioè la massa d'inerzia cresce colla velocità, fino a tendere all'infinito quando questa s'accosta alla velocità della luce.

Tali sono i caratteri più singolari della nuova Dinamica, che si mostra atta a porgere una rappresentazione unificata dei fenomeni fisici. Nella quale EINSTEIN è riuscito a collocare anche la gravitazione. È un resultato magnifico della sua *dottrina della relatività generale* (1916) che la legge di Newton possa esser dedotta a priori, come verità approssimativa, da un principio più generale. La stessa dottrina prevede una piccola correzione: un corpo attratto da un altro non descriverà più attorno a quello un'ellisse invariabile, bensì un'ellisse che ruota lentamente

nel suo piano. Valutate le circostanze del caso, ciò non porta variazione sensibile per la teoria dei pianeti più lontani dal Sole, ma soltanto per Mercurio; e si spiega così l'anomalia di circa 40″ del suo perielio, che la teoria newtoniana lasciava inesplicata!

Ma non è luogo qui per discutere l'insieme delle prove sperimentali che si collegano alle più feconde conseguenze della dinamica einsteniana, nei diversi campi della fisica. Quale sia per essere la determinazione più precisa che queste le impongano, sembra lecito affermare che la nuova dottrina segna un grado più alto della scienza, in cui il pensiero matematico riesce ad unificare le più varie conoscenze nella sintesi più vasta che sia mai stata costruita, ad onore del genere umano!

15.248