
Comitato per la Edizione Nazionale delle Opere di

FEDERIGO ENRIQUES

ENRIQUES, FEDERIGO

La definizione come problema scientifico

Period. di Matem. (IV) **VII** (1927), pp. 73-82.



L'utilizzo di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali.

Il presente testo è stato digitalizzato nell'ambito del progetto "Edizione nazionale delle opere di Federigo Enriques"
promosso dal

*Ministero per i Beni e le attività Culturali
Area 4 – Area Archivi e Biblioteche
Direzione Generale per i Beni Librari e gli Istituti Culturali*

La definizione come problema scientifico

I. Definizioni reali e nominali.

I logici che traggono ispirazione dalle matematiche hanno insistito ed insistono in una posizione negativa rispetto alle cosiddette « definizioni reali »: la definizione logica è soltanto definizione di nome, e il suo valore sta nel suggellare un processo costruttivo della mente, risolvendo un concetto in concetti più semplici, che si presumono dati.

Nel mio libro « Per la storia della logica » ho indicato le varie fasi per cui è passata l'antica controversia fra « definizioni reali » e « definizioni nominali », spiegando come l'origine della definizione reale si colleghi alla veduta platonico-aristotelica che conferisce alle idee un significato ontologico: secondo tale veduta, il « definire » significa soltanto porre un concetto, determinando l'ente che gli corrisponde. Nello sviluppo del pensiero moderno — con HOBBS, PASCAL, LEIBNIZ — la consapevolezza di ciò che vi ha di costruttivo o di mentale nella definizione, porta a questo risultato: di ridurre la definizione reale ad una definizione nominale cui risponda un ente logico non contraddittorio in se stesso (LEIBNIZ, SACCHERI), ovvero un ente possibile nel mondo reale. Ed allora si è tratti naturalmente a riconoscere che la definizione reale non è una maniera particolare di definizione, ma piuttosto una semplice definizione (nominale), alla quale s'accompagna un postulato o un'affermazione d'esistenza. « Se una tale affermazione possa o non possa essere implicata in ogni caso particolare dipende — secondo STUART MILL — dalla forma particolare dell'espressione. Vi sono

infatti espressioni, che comunemente passano per definizioni, le quali includono in sè più che la semplice spiegazione della parola. Ma non è corretto chiamare un'espressione di questo genere una particolare maniera di definizione.... La sua differenza dall'altra consiste soltanto in ciò, che essa non è una semplice definizione, bensì una definizione con qualcosa di più ».

Fra i trattatisti contemporanei, logici autorevoli accolgono queste idee, conformi al pensiero generale dei matematici: così p. es. il SIGWART. Ma altri, come TH. ZIEHEN, mantengono ancora l'antica distinzione. Come si spiega il suo persistere? Pur ammettendo che la distinzione stessa sia scorretta ed equivoca, qual'è l'esigenza che attraverso ad essa vuolsi soddisfare? E come può essere correttamente espressa?

Tale è la questione che mi propongo di discutere nel presente articolo.

II. La definizione come problema induttivo.

Prendiamo le mosse dalla definizione geometrica. Si tratti per esempio della def. 20 (libro I) dell'EUCLIDE: « Fra i triangoli, quello che ha tre lati eguali si dice *equilatero*, quello che ha soltanto due lati eguali si dice *isoscele*, e quello che ha i tre lati diseguali si dice *scaleno* »

Possiamo costruire questa definizione prendendo a distinguere i casi logicamente possibili cui dà luogo l'eguaglianza o la diseguaglianza fra i lati d'un triangolo: vi sono tre casi che vengono contrassegnati coi nomi detti sopra.

Ma, invece di procedere in questo modo per deduzione logica, si può arrivare alla definizione stessa per una via empirica, induttiva. Supponiamo dati molti triangoli di diversa materia e forma, i quali trovinsi distribuiti in tre gruppi, appunto secondo l'eguaglianza e diseguaglianza dei loro lati: si domanda di definire i concetti che rispondono all'effettiva distribuzione delle nostre figure.

L'operazione mentale che qui si è chiamati a compiere implica una serie di osservazioni comparative ed un'astrazione, mercè la quale s'acquisterà l'idea della proprietà comune

che contraddistingue i triangoli di ciascuno dei tre gruppi: come risultato si ha una proposizione che può essere verificata coll'esperienza.

Un'operazione analoga si ha da compiere in tutti i casi analoghi, se è posto il problema di « definire il concetto che risponde alla qualità comune e caratteristica d'una data classe di oggetti ». Così appunto quando si tratta delle « specie » animali e vegetali.

La ricerca d'una definizione per le qualità morali, cui sono rivolti molti dialoghi platonici, procede secondo lo stesso schema. Dal punto di vista logico il problema della definizione viene posto come segue: è dato un concetto mediante la sua *estensione* (cioè dando la classe degli oggetti che vi corrispondono), si chiede di assegnare le proprietà che valgono a caratterizzarlo dal punto di vista della *comprensione*. Questo senso del problema viene messo accortamente in luce nei citati dialoghi, ove Socrate suole spesso rifiutare la prima risposta che si dà alla sua domanda della definizione, dicendo che si offrono molte cose (gli oggetti della classe o i gruppi che la comporgono) in cambio d'una sola, ossia di quel che forma l'unità del concetto.

III. Il lavoro costruttivo della mente nella definizione.

Ora conviene esaminare ciò che la mente costruisce o pensa come costruito, nella ricerca della definizione. Anzitutto è degno di rilievo il fatto che, in tutti gli esempi più comuni, la definizione non porge affatto la proprietà caratteristica degli enti od oggetti dati nell'esperienza, ma ne estende la classe mercè la concezione d'una infinità di enti possibili, che vi si aggregano. Così quando diamo delle figure triangolari, la definizione del « triangolo » estende la classe data, mercè la considerazione di tutti i triangoli possibili.

Benchè in una maniera alquanto imprecisa, si può dire che il concetto cercato nella definizione (la proprietà caratteristica *essenziale*) mira a cogliere quel che vi è di *uno* nella *molteplicità* dei dati.

Ma *unità* e *pluralità* non sono tanto proprietà degli enti reali in sè, quanto modi di considerare le cose. Dipende dalla nostra mente, e dagli scopi che essa si propone, di parlare d'una « molteplicità » di alberi ovvero d'« una » foresta, di « più case » riunite in un gruppo, ovvero di « un corpo di fabbrica », eventualmente di « una strada » e di « una città ».

Nondimeno a questa libertà del pensiero si accompagna la tendenza ad unificare gli oggetti della realtà; tendenza che assume un'espressione caratteristica in rapporto alla possibilità di pensare gli oggetti dati come appartenenti ad un *continuo*. Così appunto PARMENIDE d'Elea, esaminando se la materia estesa costituisca una molteplicità di enti o un ente solo, risolve la questione nel senso dell'unità, perchè il suo assunto d'una materia primitiva impenetrabile, priva di differenze qualitative e senza vuoti, non dà luogo a discontinuità che valgano a staccare un qualche pezzo di materia dalla materia circostante.

Il problema della classificazione *naturale* delle cose, e segnatamente la domanda se « esistano » veramente le « specie », viene a prendere qui un senso ben definito. Gli individui — piante, animali ecc. — d'una specie, sono concepiti come realizzazioni particolari d'un tipo, che dipende da un certo numero di parametri variabili in una maniera continua. Appunto perchè possiamo teoricamente o mentalmente passare con variazione continua da un individuo ad un altro, concepiamo, nel nostro pensiero, l'unità della specie. Il criterio della classificazione sistematica della zoologia — per cui si attribuiscono alla stessa specie animali suscettibili di unirsi nella generazione di esseri fecondi — vale, in qualche modo, a conferire un significato reale a codesta continuità. Per contro le discontinuità, che separano le specie l'una dall'altra, costituiscono un limite alla concezione unitaria delle forme organiche: solo la teoria dell'evoluzione d'un LAMARK o d'un DARWIN riesce a superare questo limite; ma — per il fatto di stabilire un passaggio continuo tra le dette forme — viene interpretata, dai custodi della dottrina tradizionale, come una « negazione delle specie ».

IV. Classificazione naturale e gruppi di trasformazioni.

Le precedenti riflessioni ci conducono a spiegare, in un linguaggio chiaro per il pensiero matematico, i termini del problema della definizione, quale esso vien posto in generale nella scienza classificatoria. E c'indicano così anche il significato di quelle circostanze di fatto che consentono alla costruzione di concetti aderenti alla realtà scientifica (rigetto di classificazioni *artificiali*, e ricerca di classificazioni *naturali*).

Si assuma come data una varietà (genere) di enti od oggetti, i quali dipendano da parametri variabili in modo continuo e da caratteri discontinui: questa varietà conterà dunque di molteplici classi (specie), ciascuna continua in sè, ma separata per qualche discontinuità dalle altre. « Definire » importa assegnare i caratteri discontinui che valgono a distinguere una classe dalle rimanenti; questi caratteri vengono concepiti come « qualità » comuni agli oggetti della classe medesima.

Nei problemi concreti cui dà luogo la scienza classificatoria, la discriminazione delle qualità sensibili atte a figurare come caratteri della classe o specie, non è senz'altro evidente. P. es. il colore del pelo d'un animale è una qualità sensibile che a prima vista potrebbe essere assunta come essenziale per la classificazione zoologica: soltanto l'osservazione approfondita ci avverte trattarsi d'un carattere superficiale, che non rompe la continuità della specie.

In questo senso sono da interpretare le consuete norme di considerare sempre caratteri *essenziali*, o di cercare le *intime* affinità o somiglianze degli individui che si è preso a classificare. Tali norme restano necessariamente imprecise, in ragione della circostanza che la continuità della specie non appartiene veramente alla classe data nell'esperienza concreta, bensì piuttosto alla nostra rappresentazione immaginativa di questa classe, che tende a colmare le lacune con « individui possibili ».

Si riesce tuttavia a conferire un significato più preciso alle esigenze scientifiche che qui si hanno in vista, introdu-

cendo il concetto delle *trasformazioni*. Il legame genetico offre appunto alla sistematica zoologica l'idea che gl'individui d'una stessa specie possano ottenersi l'uno dall'altro mediante una trasformazione, quale è la « generazione possibile ».

I movimenti dei corpi solidi, le dilatazioni o compressioni, le composizioni o decomposizioni chimiche, sono esempi di trasformazioni (dipendenti da parametri variabili in modo continuo) atte a definire diverse classi continue di enti.

Come avviene nei diversi indirizzi geometrici (che FELICE KLEIN ha caratterizzato al lume della teoria dei gruppi di trasformazioni) gli enti d'una classe appaiono qui come « eguali » rispetto alle trasformazioni indicate: si hanno così le figure eguali della geometria, cui risponde il concetto della « figura astrattamente data nella sua grandezza e forma », e poi i corpi fisici aventi egual « massa » ecc.

Ma, perchè un sistema continuo di trasformazioni valga veramente a definire una classe di enti (eguali, ossia trasformati l'uno dell'altro), bisogna che quel sistema sia un *gruppo*, cioè sussistano le due proprietà fondamentali seguenti:

1) Insieme ad una trasformazione T (conducente da A a B) appartenga al sistema anche l'inversa (che conduce da B ad A);

2) Insieme a due trasformazioni π e T , appartenga al sistema la trasformazione *prodotto*, che si ottiene eseguendo successivamente le due trasformazioni indicate.

Queste condizioni rispondono ai requisiti delle relazioni suscettibili di essere considerate come « eguaglianze », cioè alle proprietà *simmetrica* e *transitiva* delle relazioni egualiformi: se $A = B$ anche $B = A$, se $A = B$ e $B = C$ anche $A = C$; da cui si deduce anche la proprietà *riflessiva* $A = A$.

Ogniquale sia data una classe di enti, suscettibile di venir generata mediante un *gruppo continuo di trasformazioni*, il concetto che risponde alla classe può essere *definito mediante le proprietà invarianti*, rispetto alle trasformazioni del gruppo. Bisogna ricercare proprietà invarianti che sieno caratteristiche, cioè che *varierebbero* per altre trasformazioni possibili, o per enti che siano fuori della classe.

Come esempio si consideri la classificazione dei corpi rispetto al gruppo delle trasformazioni fisico-chimiche. La classificazione veramente scientifica comincia colla scoperta

di LAVOISIER, che il « peso » costituisce un « invariante additivo » rispetto a siffatte trasformazioni. Poi, in rapporto alle decomposizioni possibili, vengono in luce le qualità invarianti delle sostanze [semplici che ne risultano: le quali esprimono caratteri suscettibili di variare soltanto in maniera discontinua. Il concetto di una sostanza chimica semplice è definito dall'insieme di tali qualità, o da un gruppo caratteristico di esse.

V. Definizione per astrazione: misura delle qualità intensive.

Data una classe continua di enti che si assumono come « eguali » (sia che vi si accompagni o meno la considerazione d'un gruppo di trasformazioni per cui riescono trasformabili) il concetto corrispondente si può ritenere definito *per astrazione*. Un esempio semplice è offerto dal concetto della « forma » d'una figura geometrica, per definire la quale basta assumere come « figure d'egual forma » le figure trasformabili per similitudine, che qui appunto si ritengono costituire la classe data.

Se invece si prende come classe data quella delle figure congruenti ad una data, il concetto della « figura astratta » che ne deriva, comprende l'insieme di due *note* o *qualità*: la forma e la grandezza; ognuna delle quali non basta da sola a caratterizzare il nostro concetto. La discriminazione di queste due note non è strettamente necessaria per definire il concetto stesso, ma essa ha tuttavia un significato istruttivo. Significa, infatti, che la classe data è contenuta in due classi continue più ampie: l'una costituita delle figure di equal grandezza (area, volume), l'altra delle figure di equal forma (simili); da cui essa risulta per *interferenza*. Vengono indicati così due modi naturali di generalizzazione del concetto, o d'unificazione concettuale della realtà soggiacente.

Ora, quando un concetto fisico risponde ad una classe continua dipendente da più parametri, sorge la questione se — per una scelta conveniente — ciascuno o qualcuno di questi parametri sia suscettibile di corrispondere ad una *qualità semplice*, per modo che ogni valore del parametro

stesso determini una sottoclasse conducente ad un concetto (più ristretto), che abbia del pari un significato fisico. In tal guisa si affaccia la domanda d'una definizione del concetto, che metta possibilmente in luce le sue qualità semplici, dotate ciascuna d'un *grado d'intensità*. Se, o come, tali qualità semplici possano pensarsi quali note separabili del concetto in ordine ad una sua generalizzazione, è cosa che non può essere esaminata prescindendo dalla natura della questione scientifica di cui si tratta.

In ogni caso però la domanda precedente conduce al problema di *misurare una qualità intensiva*. Questo è un nuovo problema definitorio che si risolve d'ordinario col procedimento già spiegato della definizione per astrazione, cioè definendo una relazione d'eguaglianza fra le qualità intensive paragonate. Come sopra abbiamo accennato, siffatta relazione non ha da soddisfare a priori altre condizioni che quelle espresse dalle proprietà formali delle eguaglianze (proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva); vi s'aggiunge tuttavia la condizione che vien porta dal *principio di ragion sufficiente*, il cui valore consiste nell'adeguare la rappresentazione concettuale alle circostanze reali dell'accadere (¹). In molti casi ciò basta a determinare il significato dell'eguaglianza. Così per l'eguaglianza di temperatura dei corpi: due corpi, messi a contatto, dan luogo in generale a passaggio di calore dall'uno all'altro; vi è un solo caso in cui il fenomeno non si produce, ed è il caso in cui — le temperature concependosi eguali — manca la ragione d'un cambiamento. Così ancora l'eguaglianza di valore delle merci, in un mercato statico, corrisponde all'unico caso in cui il senso dello scambio è indifferente (all'infuori di motivi personali o singolari).

Colle osservazioni precedenti si mettono in luce i criteri a priori cui la nostra mente tende a soddisfare nel porre le definizioni di eguaglianza. D'altra parte però importa riconoscere che la possibilità delle definizioni medesime esige la sussistenza di fatti, che non costituiscono minimamente ve-

(¹) Cfr. ENRIQUES, *Il principio di ragion sufficiente nella costruzione scientifica*, nel volume « Scienza e razionalismo », II, 3.

rità necessarie, trovando la loro base nell'esperienza. Non vi è a priori alcun motivo perchè veramente la qualità calorifica possenga un grado d'intensità. Così il concetto della temperatura verrebbe meno se accadesse che « due corpi i quali non scambiano calore con un terzo, dessero luogo ad uno scambio fra loro »: c'è, insomma, un fatto sperimentale che si esprime nella proprietà transitiva dell'eguaglianza di temperature, ma che non può ritenersi come una semplice verità logica (MACH).

NOTA. La misura « x », d'una qualità intensiva resta definita per astrazione, quando si è stabilito il significato dell'eguaglianza d'intensità, soltanto a meno d'una funzione arbitraria, $f(x)$, che dipende dall'associare la variazione dell'intensità suddetta a quella d'una quantità qualsiasi (p. es. d'una lunghezza). Questa misura è dunque essenzialmente *relativa*, e può assumere un significato in certo modo *assoluto*, solo quando si riesce a definire in sè « l'eguaglianza degli intervalli » fra coppie di gradi d'intensità; ciò che vale a determinare x a meno d'un fattore di proporzionalità (così nella misura del *tempo* e della cosiddetta *temperatura assoluta*: cfr. ENRIQUES *Problemi della scienza*, Cap. V, VI).

VI. Osservazioni conclusive.

Le considerazioni svolte sono ben lungi dall'esaurire il soggetto. È certo anzi che esse dovranno apparire assai misere a chi contempi la varietà di casi e di questioni attinenti all'analisi classificatoria, nelle matematiche, nella fisica, nella sistematica delle scienze naturali, e specialmente nella chimica (quale storia più ricca d'insegnamenti?). Pure io dovrei rallegrarmi e confortarmi, perfino delle mie deficienze, se ciò che qui rimane di manchevole spingesse altri ad approfondire quest'ordine di problemi.

PLATONE e ARISTOTELE, nell'antichità, costruirono la teoria del concetto e della definizione, cercando di unificare le esigenze logiche della classificazione delle forme geometriche e quelle che appaiono nella discriminazione delle specie degli animali. Il problema geometrico ha dato al filosofo ateniese

il modello della sua gerarchia delle « idee », le quali dovrebbero dedursi — discendendo dalle più generali alle particolari — col procedimento dialettico deduttivo (distinzione dei casi possibili). E della doppia origine delle sue speculazioni rimane testimonianza anche nella nomenclatura, cioè nell'uso dei sinonimi: *idea* (ἰδέα = schema o figura) e *specie* (εἶδος).

Ma i filosofi che sono venuti dopo non hanno seguito l'esempio di quei maestri. Hanno coltivato la teoria del concetto svolgendo e criticando le vedute di PLATONE e di ARISTOTELE, anzichè ritornare ad approfondire, alla luce degli sviluppi più recenti, le analogie e le difficoltà dei processi classificatori che appartengono ai diversi rami della scienza. Qual meraviglia se il loro lavoro ci appare oggi poco fecondo e lontano dalle vere esigenze del nostro sapere?

FEDERIGO ENRIQUES