Enriques, Federigo

Intorno alla seconda soluzione di Laplace del problema dei tre corpi

Atti Ist. Veneto Scienze, Lettere, Arti **LX** (1901), pp. 957-959. ((Estratto da una lettera al prof. T. Levi-Civita))

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1900-901 - Tomo LX - Parte seconda.

INTORNO ALLA SECONDA SOLUZIONE DI LAPLACE

DEL PROBLEMA DEI TRE CORPI (1)

DI

ENRIQUES FEDERIGO

(presentata dal prof. G. Ricci, m. e., nell'Adunanza del 14 luglio 1901)

. . . .

Ti ho comunicato diffusamente il piano generale del corso di Astronomia, che ho tenuto l'anno passato a Bologna.

. . . .

Quanto alla seconda soluzione particolare, data da Laplace, del problema dei tre corpi, si tratta di determinare la relazione, che deve legare le mutue distanze di tre punti A , B , C di cui sono assegnate le masse, affinchè il moto dei punti suddetti (attraentisi secondo la legge di Newton) avvenga in modo che essi si mantengano costantemente allineati. Le velocità iniziali di due dei tre punti, B, C per es., rispetto al terzo A , si suppongono parallele e proporzionali alle distanze BA , CA .

Ho esposto nel mio corso la determinazione della relazione accennata nel modo seguente:

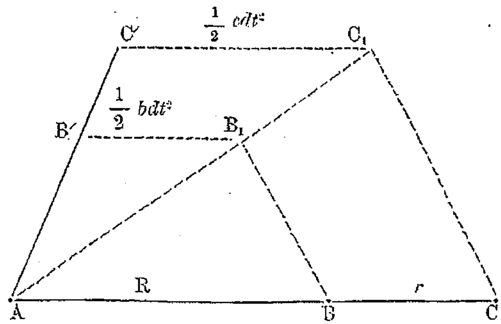
Indico con $1 , m , m'$ le masse rispettive di A , B , C ; con

$$R = \overline{AB} \ , \ r = \overline{BC} \ , \ R + r = \overline{AC}$$

le mutue distanze dei tre punti (susseguentisi); con BB_1 , CC_1 i

(1) Estratto da una lettera al prof. T. Levi-Civita.

vettori corrispondenti alle velocità iniziali di B, C (relative al punto A), moltiplicate per dt.



Per ipotesi, i punti B_1 e C_1 sono allineati con A. Se dunque le accelerazioni relative di B e C fossero nulle, dopo un istante, essi si troverebbero rigorosamente in B_1 e C_1, ancora allineati con A. Ma queste accelerazioni relative non sono nulle.

Quella di B per es. è misurata dalla differenza b fra la forza agente sopra l'unità di massa di B e di A, forze che valgono rispettivamente (assumendo come positivo il verso BA)

$$\frac{1}{R^2} - \frac{m'}{r^2},$$

$$-\frac{m}{R^2} - \frac{m'}{(R+r)^2}.$$

Si ha quindi

$$b = \frac{1+m}{R^2} - \frac{m'}{r^2} + \frac{m'}{(R+r)^2},$$

e la posizione, occupata dopo un istante da B si ottiene (a meno di infinitesimi d'ordine superiore al secondo) componendo con BB_1 il vettore $B_1B' = \frac{1}{2}\,bdt^2$.

In modo analogo la accelerazione relativa c di C è data da

$$c = \frac{1 + m'}{(R + r)^2} + \frac{m}{r^2} + \frac{m}{R^2} \quad ,$$

e C si troverà in C', essendo $C_1C' = \frac{1}{2}\, c dt^2$.

Se i punti B', C' debbono essere allineati con A, si deve avere (dacchè $BB_1 : CC_1 = R : R + r$)

$$b : c = R : R + r \quad .$$

Sostituendo a b, c i loro valori sopra espressi, si trova la relazione

$$(1 + m)\, r^2 (R + r)^3 - m' (R + r)^3 R^2 + m' r^2 (R + r) R^2 =$$
$$= (1 + m')\, r^2 R^3 + m (R + r)^2 R^3 + m r^2 (R + r)^2 R \ ,$$

od anche, posto $\frac{r}{R} = z$,

$$z^2\left[(1 + z)^3 - 1\right] - m(1 + z)^2 (1 - z^3) - m'\left[(1 + z)^3\right] = 0 \ .$$

Essa costituisce un' equazione del 5.° grado nel rapporto $\frac{r}{R} = z$, che è appunto quella trovata da Laplace (1).

. . . .

(1) *Mécanique céleste,* libro X, cap. VI.

(Finito di stampare il giorno 26 agosto 1901)