

---

Comitato per la Edizione Nazionale delle Opere di

# FEDERIGO ENRIQUES

---

ENRIQUES, FEDERIGO

## **Sopra una involuzione non razionale dello spazio**

Rendiconti Acc. Naz. Lincei (V) **XXI** (1912), pp. 81-83.



L'utilizzo di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali.

---

*Il presente testo è stato digitalizzato nell'ambito del progetto "Edizione nazionale delle opere di Federigo Enriques"*

*promosso dal  
Ministero per i Beni e le attività Culturali  
Area 4 - Area Archivi e Biblioteche  
Direzione Generale per i Beni Librari e gli Istituti Culturali*



L'esempio che fornisce la prova dell'affermazione precedente mi è porto dalla nota varietà  $V_6$  del 6° ordine di  $S_5$ , intersezione di due varietà degli ordini 2, 3.

Già il sig. Fano (<sup>1</sup>), mediante un'analisi profonda, ha provato che questa varietà (immagine del complesso cubico di rette) è in generale *non razionale*. Io dimostro qui che essa può essere rappresentata sopra una involuzione dello spazio  $S_3$ .

2. Consideriamo la varietà  $V_6$ , a 3 dimensioni, dello spazio  $S_5$ , intersezione di una quadrica  $Q$  e di una varietà cubica. Ci sono sopra  $V_6$  due sistemi  $\infty^3$  di linee piane, cubiche,  $C$ , sezioni dei piani appartenenti a  $Q$ , i quali formano appunto due sistemi  $\Sigma, \Sigma'$ .

Consideriamo le  $C$  segate dei piani di  $\Sigma$ . Le  $C$  di questo sistema passanti per un punto  $A$  di  $V_6$  costituiscono una serie razionale, che viene razionalmente rappresentata sopra una retta, senza aggiunta di irrazionalità dipendenti dal punto  $A$ , come si vede mercè la rappresentazione kleiniana di  $V_6$  nello spazio rigato, dove ai piani di  $\Sigma$  corrispondono i punti di questo spazio.

Ora sopra ogni  $C$  per  $A$  si può determinare razionalmente *un* punto, cioè il tangenziale di  $A$ ; al variare di  $C$  questo punto descrive una curva razionale,  $K$ , passante per  $A$  con una certa molteplicità, che si trova facilmente essere 4. Ripetiamo la costruzione a partire da un punto  $A$  variabile su  $V$ , e avremo infinite curve razionali  $K$  generanti una superficie razionale  $F$ . Ripetiamo ancora la costruzione facendo variare  $A$  su  $F$ , ed otterremo  $\infty^2$  curve razionali  $K$  che invaderanno tutta la varietà  $V_6$ . Queste  $K$  si possono riferire birazionalmente alle rette di una stella data in  $S_3$ . Per tal modo ad ogni punto di  $S_3$  corrisponderà *un* punto di  $V_6$ , ma viceversa ad un punto di  $V_6$ , corrisponderanno *più* punti di  $S_3$ , e i gruppi di punti analoghi (al variare del punto corrispondente su  $V_6$ ) genereranno in  $S_3$  una involuzione.

Dunque la varietà  $V_6$  si può rappresentare sopra una involuzione di  $S_3$ , la quale risulta non razionale. c. d. d.

3. Come è stato notato dal sig. Noether (e successivamente da me) la *varietà cubica generale*  $V_3$  di  $S_4$  si può rappresentare sopra una involuzione di coppie di punti in  $S_3$ . Il teorema sopra stabilito rende assai probabile che la  $V_3$  *non sia razionale*. A questa convinzione io sono giunto da qualche anno per mezzo di un procedimento che aspetta ancora di essere rigorosamente dimostrato, e che si basa sulle considerazioni seguenti:

1) Se la  $V_3$  è razionale esiste una sua rappresentazione su  $S_3$  che non degenera quando la  $V_3$  acquista un punto doppio.

(<sup>1</sup>) *Sopra alcune varietà algebriche a tre dimensioni aventi tutti i generi nulli.* Atti Accad. di Torino, 1908.

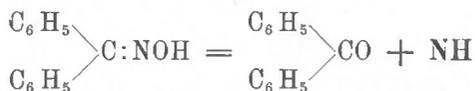
2) In tale ipotesi il sistema delle superficie cubiche di  $S_3$  passanti per una sestica di genere 4, si può considerare come limite di un sistema lineare d'ordine  $n > 3$ , rappresentativo della  $V_3$  generale, e quindi esiste una superficie (riducibile o irriducibile) d'ordine  $n - 3$ , che sommata alle cubiche suddette, dà luogo a superficie (connesse) di genere 0. Il che è impossibile.

Chimica. — *Interessante decomposizione di alcune ossime.*  
Nota del Socio A. ANGELI.

Recentemente, nell'eseguire una determinazione di azoto sopra l'ossima del benzofenone, già nota da lungo tempo e che preparammo allo scopo di identificare questo chetone, ho osservato che quando il calore si avvicina a quella parte del tubo dove l'ossido di rame è mescolato alla sostanza, questa d'un tratto si decompone con improvviso sviluppo gassoso. In sulle prime ho creduto che la determinazione fosse andata perduta, ma invece i numeri trovati corrisposero esattamente a quelli richiesti dalla teoria.

Ho voluto perciò esaminare come si comportasse la sostanza da sola, al riscaldamento, ed ho potuto accertare che anche in tubo da saggio, verso la temperatura di  $180^\circ$ , essa si decompone nello stesso modo.

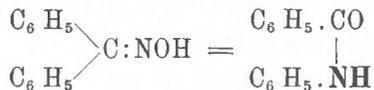
Il gas che si sviluppa è azoto; nello stesso tempo si forma ammoniacca e rimane indietro benzofenone puro. Senza dubbio la reazione si potrà rappresentare per mezzo dell'eguaglianza:



ed il residuo NH si scinderà successivamente in azoto ed ammoniacca:



Si comprende subito che la trasposizione di Beckmann delle ossime è in stretto rapporto con la nuova trasformazione:



La sola differenza risiede nel fatto che il residuo NH invece di staccarsi dalla molecola, va a porsi fra il carbonile ed un residuo benzolico; in tutti e due però ricompare il carbonile primitivo.