
Comitato per la Edizione Nazionale delle Opere di

FEDERIGO ENRIQUES

ENRIQUES, FEDERIGO

Insegnamento dinamico

Period. di Matem. (IV) I (1921), pp. 6-16.



L'utilizzo di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali.

Il presente testo è stato digitalizzato nell'ambito del progetto "Edizione nazionale delle opere di Federigo Enriques"
promosso dal

*Ministero per i Beni e le attività Culturali
Area 4 - Area Archivi e Biblioteche
Direzione Generale per i Beni Librari e gli Istituti Culturali*

Insegnamento dinamico

1. Le cose che mi propongo di dire in questo articolo sono così note, tanto spesso ripetute da quanti si occupano di pedagogia e di didattica, che sento forte il bisogno di giustificare la convenienza del mio discorso. Infatti ci sono delle verità che strappano quasi da ognuno qualche omaggio teorico, ma che sviluppate nelle loro conseguenze o addirittura messe in pratica, appaiono talvolta sotto una luce impensata, come concezioni nuove ed ardite, o peggio come paradossi imbarazzanti e pericolosi.

A questo numero, se non m'inganno, appartiene la verità, tante volte conclamata, che l'insegnamento non può essere un regalo che il maestro faccia a qualcuno che viene ad ascoltare le sue ben tornite lezioni (che, se sta disattento, merita di essere rimproverato per la sua ingratitudine!); ma è piuttosto un aiuto a chi voglia imparare da sè e però sia disposto, anzichè a ricevere passivamente, a conquistare il sapere, come una scoperta o un prodotto del proprio spirito. Dico aiuto ai discepoli di buona volontà, senza escludere che questa stessa volontà venga stimolata e quindi fortificata dall'insegnante che, coll'esercizio graduato, riesce ad educare le attività spirituali, mostrandone il successo possibile.

Chi metterebbe in dubbio la semplice verità sopra enunciata? Scolari che non vogliono apprendere, voi lo sapete o maestri!, non si correggono con rimproveri o castighi: tutt'al più questi possono distogliere un momento l'allievo da altro oggetto che solleciti la sua attenzione, farlo rientrare in sè, ascoltare, meditare; ma tutto ciò è affatto inutile se nello stesso momento non si riesca a suscitare nella sua mente un più alto interesse, capace di muoverla.

Pure quella verità elementare viene talvolta dimenticata, e nelle discussioni teoriche sull'insegnamento, e nella pratica della scuola.

2. Quando, per esempio, si discute dei fini dell'insegnamento, contrapponendo uno scopo *utilitario* a uno scopo *formativo*, ovvero quando si tratta del valore delle Matematiche come mezzo ad educare l'*intuizione* o la *logica*, mi pare che la veduta dinamica dello spirito non sia sempre presente davanti agli occhi.

Infatti la controversia sull'utilitarismo — tutta assorbita dalla più o meno stretta misura della scienza in rapporto alle applicazioni pratiche — perde di vista che, finalmente, la cosiddetta applicazione di una verità scientifica implica pure una capacità applicativa, che la vita domanda appunto di *formare*. È la polemica antiutilitaria di coloro che esaltano il valore artistico della scienza, come valore in sè, disconosce a sua volta che l'interesse pratico (nella vita degli individui come nella storia delle società) può ben creare gli oggetti cui si volgerà la contemplazione artistica, quand'anche si ammetta che questa risponda ad una tendenza originaria della psiche anzichè ad un sentimento secondario suggerito da motivi pragmatici. Voglio dire che, se in un certo senso ogni scuola professionale è anche — in qualche grado e modo — formativa, per contro la scuola più eminentemente formativa deve sapersi valere delle applicazioni pratiche, per suscitare l'interesse dei discepoli meno sensibili alla bellezza della teoria astratta, ed anche per educare l'abito a riconoscere l'astratto nelle particolari esemplificazioni concrete, posto che la nostra scuola non debba servire agli abitanti dell'isola di Laputa!

3. Anche la domanda consueta, se le Matematiche debbono educare piuttosto l'*intuizione* o la *logica*, è viziata per una imperfetta visione del valore dell'insegnamento. Infatti il presupposto di codesta domanda è che logica ed intuizione si lascino separare come facoltà distinte dell'intelligenza, laddove esse sono piuttosto due aspetti inseparabili di un medesimo processo attivo, che si richiamano l'un l'altro.

Odo spesso lamentare che l'intelligenza dei giovani disce-

poli, sufficientemente atta a comprendere le conoscenze intuitive, repugna dalla logica; onde taluno ne trae che importa dunque correggere il difetto, con un insegnamento rigoroso dei principii, sia dell'aritmetica, sia della geometria.

Non si affaccia l'idea che un'educazione logica (anzi la più appropriata alle menti poco disposte ad astrarre) è pur contenuta nell'esercizio dell'intuizione, quando questa venga messa alla prova facendo *lavorare* il discepolo. Così, per esempio, la costruzione di una figura geometrica, importa — non solo — l'attitudine a vedere passivamente un modello che si metta sott'occhio allo studioso, ma anzi la capacità di foggare — come oggetto della fantasia — un modello possibile, cui s'impongono, a priori, talune condizioni: ed una tale attività costruttiva che ordina i dati di osservazioni ed esperienze passate, non è pura fantasia o fantasticheria, sciogliente il freno al libero giuoco delle associazioni d'idee, bensì vera attività logica. Per il qual motivo, soltanto un forte spirito logico — un Edgard Poe, un Verne o un Wells — può creare romanzi fantastici in cui si mantenga la coerenza di ipotesi lontane dalla realtà!

Scelgo, come secondo esempio, la « messa in equazione », cioè la traduzione in termini algebrici o aritmetici, dei problemi di geometria e di fisica; e non ho bisogno di rilevare l'importanza dell'argomento, che costituisce uno scopo essenziale dell'istruzione matematica.

Ora, se tanti giovani non riescono a superare questa difficoltà, diremo che difettano di intuizione o di logica?

Non sarebbe facile rispondere, e prima di tutto dobbiamo domandarci se e come all'allievo fu fatto *comprendere che cos'è l'equazione di un problema*. Non metto in dubbio che l'insegnante abbia lungamente spiegato quest'argomento; ma quand'anche l'allievo sia reso capace di ripetere la spiegazione, non basta ancora per dire che l'abbia compresa, giacchè *comprendere significa dirvenir atti ad applicare*: e tale attitudine si svolge solo come frutto di un lavoro attivo.

Di nuovo, domanderemo, questo lavoro fa appello alle facoltà intuitive o alle facoltà logiche dell'intelligenza? Ma l'analisi non riesce ad isolare ciò che resta immaneabilmente unito nella vita dello spirito. Infatti, se si riflette che applicazione della regola significa deduzione dal generale al parti-

colare, si è tratti a riguardare l'esercizio anzidetto come un atto del pensiero logico; ma per contro, se si bada che la nostra applicazione importa un modo di figurare la realtà, cogliendo certe analogie onde le immagini foggiate si lasciano ridurre sotto la specie di noti concetti, riesce difficile riconoscere che si tratta anche di lavoro della fantasia.

4. Qui mi assale il dubbio che la concezione della logica, supposta nei precedenti giudizi, non si accordi con quella del lettore; il quale, perciò, stenti a comprendere il valore dei miei argomenti. E pertanto mi occorre dichiarare che la logica comprende più aspetti che di solito non si abbiano in vista dagli insegnanti di matematiche. Vi è, se così è lecito esprimersi, una *logica in piccolo* ed una *logica in grande*: intendendo l'analisi raffinata del processo del pensiero esatto (quasi la veduta microscopica degli elementi che formano il tessuto della scienza), e — per contro — lo studio delle connessioni organiche del sistema, cioè la veduta macroscopica della scienza.

Ora io temo che, nelle preoccupazioni dei nostri educatori matematici, la logica in piccolo tenga troppo posto in confronto alla logica in grande!

Ciò dipende, in primo luogo, dalla malintesa separazione che si suol fare da noi, fra matematiche e fisica. Ed inoltre dall'abito troppo analitico della maggior parte dei nostri insegnanti, frutto anch'esso di un'educazione particolaristica.

A mio avviso ciò che si deve richiedere all'insegnamento matematico, concepito come formativo delle facoltà logiche, è prima di tutto di svolgere lo spirito di coordinazione, in quella forma che ho chiamato macroscopica. Ciò esige che il maestro vigili continuamente a legare fra loro le diverse parti del suo insegnamento: lezioni isolate l'una dall'altra, capitoli succedentisi l'uno dopo l'altro senza che mai se ne richiami la connessione, se pure accuratamente studiati nei più fini particolari, mal gioveranno allo scopo.

Con questa osservazione credo di mettere il dito sulla piaga più grave del nostro insegnamento, non soltanto matematico. Troppe volte mi è occorso — per esempio — di rilevare che gli insegnanti di storia affaticano inutilmente gli allievi costringendoli ad apprendere nomi, date, particolari minuti, che dovranno esser dimenticati (oh benedetto fiume

di Lete a cui dobbiamo la salute del nostro cervello!) mentre non si curano di promuovere da parte loro la ricostruzione semplificata dello sviluppo storico nelle sue grandi linee. Una dannosa menzogna convenzionale sta alla base di questi metodi didattici, ed ogni giorno se ne raccoglie il frutto nella ignoranza che ad ognuno è dato constatare: si interroghi a caso un giovane che ha finito da qualche mese o da qualche anno gli studi liceali, se gli accada di ricordare — non dico quei particolari più o meno insignificanti di cui sopra ho discusso — ma soltanto quali furono le guerre principali da cui fu travagliata l'Europa durante l'èvo moderno, e — a larghissimi tratti — quali ne furono le cause generali e le conseguenze!

Io ho fatto la prova ripetutamente, e non mi è valso neppure il tentativo di suggerire a qualche giovane una preparazione più razionale, con opportuni riassunti, così da acquistare un *minimum* conservabile di cultura storica; giacchè il suggerimento non è stato accettato: infatti la cultura richiesta è troppo poco, ma anche *troppo*, per l'esame!

Ciò che ho detto della storia vale, *mutatis mutandis*, per le matematiche. Non giova sviluppare con impeccabile deduzione la serie dei teoremi della geometria euclidea, se non si ritorni a contemplare l'edificio costruito, invitando i discepoli a distinguere le proprietà geometriche veramente significative (p. es. la somma degli angoli d'un triangolo e il teorema di Pitagora) da quelle che hanno valore soltanto come anelli della catena. Quella specie di uguaglianza democratica che qualche maestro pretende stabilire fra le proposizioni dimostrate, col pretesto che *tutto è importante* e perciò di nulla si può perdonare l'oblio, riesce soltanto a deformare le intelligenze privandole del lume della valutazione, sicchè — pigliando a prestito le parole d'un filosofo — la scienza che si offre in tal guisa allo studioso si potrebbe dire « l'infinita notte, in cui tutte le vacche sono nere ».

5. Tutto ciò io dicevo a proposito dell'educazione logica. È di nuovo mi pare che più d'uno voglia levarsi ad avvertirmi di un equivoco: che la logica, per lui, ha un senso più ristretto, ma anche più preciso; che egli intende parlare di quello spirito d'inibizione onde la mente riesce a fissare con-

cetti astratti deducendone nuove proprietà da alcuni principii ben definiti, senza bisogno di rievocarne l'immagine colla fantasia, aiutata magari da un oggetto sensibile. Appunto per educare questo spirito logico, si chiede da taluni la critica rigorosa delle definizioni e dei postulati, e — nello sviluppo delle teorie — quella analisi del ragionamento esatto, che sembra quasi io voglia sprezzare come « logica in piccolo ».

Ma lungi dal disprezzare « il microscopio », io so pure di quanto la scienza gli vada debitrice. E le ricerche personali nel campo della critica, e il lavoro compiuto per offrirne i principali risultati in una raccolta di scritti specialmente rivolti agli insegnanti, mi dispensano da aggiungere qual conto faccia di codesto ordine di questioni. Però; quando si tratta — non più di preparare il maestro — bensì di portare la stessa critica nella scuola media, occorre serbare almeno una savia misura: senza rinunciare in modo assoluto ad educare nei giovani anche il più fine senso del rigore logico, si ricordi in ogni caso la vanità dello sforzo che s'impone al discepolo in nome di esigenze che a lui non sia dato comprendere.

Analisi raffinate che altri accetti come puro oggetto di apprendimento mnemonico, perchè — non afferrandone lo scopo — è incapace di ricostruirle, nemmeno in parte, come cosa propria, perdono affatto ogni valore di esercitazione logica.

Perciò, l'educazione del senso logico dovrà sempre procedere per gradi, dal concreto all'astratto: e del ragionamento astratto, non sorretto dall'intuizione, si dovrà a poco a poco far sentire l'importanza, incominciando — per esempio — dall'adoperare dimostrazioni per assurdo, dalle quali appunto la logica trae la sua origine storica. Solamente al termine di un corso di geometria, riguardando al sistema della scienza, gioverà spiegarne l'organismo logico, rilevando il significato dei concetti primitivi e dei postulati, coi quali deve cominciare un trattato scritto (perchè la forma dogmatica compiuta dell'insegnamento razionale non consente lacune o ritorni) ma non la lezione viva, che lascia dietro di sè quei principii, avvertendo il discepolo che contengono soltanto una ricapitolazione precisa di cose note, da richiamare di mano in mano che se ne presenti il bisogno.

6. Al concetto dinamico dell'insegnamento si affaccia da qualcuno un'obiezione che deve essere esaminata. Si dice: anche certe cose difficili, che non è dato comprendere coll'intelligenza in una tenera età, importa apprenderele, a ciò che restino nella memoria e si richi amino più tardi dalla mente più matura: *tantum discimus quantum memoriae mandamus*.

In nome di questo principio si chiede ai giovanetti di imparare a memoria componimenti poetici che coll'armonia del verso susciteranno nell'animo un indistinto fremito musicale, prima che la bellezza delle immagini create dalla fantasia artistica balzi viva nello spirito consapevole dello studente. È ancora per lo stesso motivo, razionalmente si opina che lo studio delle lingue classiche valga ad educare il senso logico in un'età in cui ogni altro mezzo di esercitazione, fuori della grammatica, riuscirebbe impossibile. Così pare che a torto abbiamo dispregiato l'insegnamento passivo, che mira — a suo modo — a sviluppare lo spirito, preparando nella memoria i dati che esso avrà ulteriormente da elaborare.

Vi è in quest'argomento qualcosa di vero, cioè che una educazione razionale può preparare talune coordinazioni o associazioni mnemoniche, anche prima che esse assumano il loro più alto significato come rapporti d'idee, nell'intelligenza matura dello studioso. In ispecie nelle scienze fisiche e matematiche, l'uso di una certa tecnica (disegno, esperimento, calcolo numerico o letterale) costituisce una propedeutica necessaria a lavori d'ordine più alto, dove — mancando il possesso degli strumenti — il pensiero smarrirebbe la veduta di ciò che è essenziale raggiungere.

Ma non si creda che memoria significhi pura ricettività dello spirito! Nel suo bel libro « *Physiology of common life* » (che oggi si ha il torto di non leggere) il LEWES ha indicato la genesi dei riflessi nervosi: questi atti che seguono immancabilmente come « risposte » a certi stimoli, non sono che il residuo di atti inizialmente voluti, che — a poco a poco — si sono fissati nell'evoluzione della vita dell'individuo o della specie. Proprio questo fissarsi, dando origine a determinate coordinazioni di movimenti dell'animale, è il fatto fondamentale della memoria organica che riproduciamo consapevolmente in tutti quegli esercizi (come il nuoto, la bicicletta o il pattinaggio) che implicano appunto un certo adattamento mnemo-

nico degli organi: qui infatti si tratta di ritrovare, come per istinto, un equilibrio turbato, ripetendo quegli atti che imparammo a compiere dapprima con uno sforzo cosciente della volontà. Ora anche la memoria psicologica rientra nel nostro quadro più generale, come dimostra l'analisi de « Les maladies de la mémoire » istituita dal RIBOT: anche in questo caso la memoria non è un fenomeno ricettivo (lo stamparsi di certe impressioni nella cera molle) ma un coordinamento di attività che, ripetendosi, tende a divenire meccanico, cioè ripetibile ulteriormente senza il pensiero.

Dunque l'importanza riconosciuta all'educazione della memoria non contraddice, anzi conferma, il concetto dell'insegnamento dinamico.

Volete che il giovane studente di matematiche acquisti di buon'ora il maneggio del calcolo algebrico, acciocchè questo strumento non gli manchi poi nella risoluzione dei problemi che gli saranno proposti? Consento che ciò sia utile insegnare il più presto possibile, in un'età in cui ancora non si saprebbe comprendere i più vari usi a cui la stessa algebra è chiamata: ma per raggiungere lo scopo dovete ancora *far lavorare* il ragazzo; bisogna spiegargli prima (con esemplificazioni che egli stesso dovrà variare a volontà) quale sia il significato delle « lettere » messe al posto di numeri, e poi fargli osservare le regole di combinazione, quasi come un giuoco, che — con una certa abilità — si riesce a rendergli discretamente interessante, e quindi accettabile. Solo quando il discepolo avrà appreso a ripetere queste combinazioni, in modo da riuscirvi senza più pensare, potremo dire che egli ha acquistato il maneggio del calcolo, fissandolo nella memoria: allora egli avrà costruito, per così dire, una macchina calcolatrice, che successivamente il suo pensiero potrà adoperare a diversi fini senza essere costretto ogni volta a ritornare sui motivi delle associazioni già fissate. Qui il pensiero vivo si svolge sul pensiero morto, da cui trae — per così dire — una regola economica di condotta. Ma il pensiero morto non fu travasato dalla testa del maestro a quella del suo ascoltatore; bensì dovette vivere a sua volta nella fatica dell'esercitazione!

7. Ora, come faremo a mettere in pratica la didattica dinamica, che fin qui si è cercato di spiegare come criterio direttivo della discussione teorica?

Ho avuto la fortuna di assistere a qualche lezione di aritmetica o di geometria pratica, in cui il discente si metteva a conversare coi ragazzi facendosi — anche lui — un poco ignorante, ricercando insieme con loro, suggerendo, a tentoni, la via che essi stessi dovevano percorrere per guadagnare la verità. E, mentre ammiravo l'intelligente attività della guida, trascinato anch'io nell'esercizio della scolaresca animata, mi chiedevo perchè lo stesso metodo non si dovesse adoperare anche con alunni di età più matura... perchè no?, anche coi giovanotti che vengono a studiare alle nostre università. Forse che non era questo il metodo di SOCRATE, ritratto al vivo nei Dialoghi di PLATONE?

Il più grande vantaggio di questo metodo è, a mio avviso, la sincerità, perchè il postulato dell'ignoranza è infinitamente più vicino al vero che la presupposizione di conoscenze già sicure nella mente dell'allievo, da cui muove la lezione cattedratica.

A rischio di scandalizzare qualcuno, vorrei domandare perchè si usi d'interrogare l'allievo interdiciendogli di guardare il libro di testo (che pure qualche insegnante tiene davanti agli occhi, mentre altri, pudicamente, gli ha ridato una scorsa prima della lezione). La domanda pare ingenua e non è; perchè alle mie interrogazioni, che sono sempre facili esempi o esercizi sul teorema spiegato, non vi è salute per chi non ha capito (e dice di non ricordare) anche se gli si porge il vano sussidio del libro! Il terrore del libro, diventa addirittura ossessione per i docenti che sovrintendono all'esame di latino: ragazzi ricordatevi che potete far uso del vocabolario, ma la grammatica è severamente proibita... A farla apposta gli scolari han sotto il banco, la loro brava grammatica... ma non per questo, ahimè!, vien fuori una traduzione latina maggiormente corretta. Diamine! a che varrebbe affaticarsi tanto nello studio di una lingua, se col vocabolario e la grammatica alla mano, potessimo diventar tutti scrittori?

8. Ho discorso dell'arte d'insegnare o d'interrogare; molti convengono circa la giustezza di questi criterii didattici; alcuni, certo, non li hanno sentiti enunciare per la prima volta; perchè dunque è tanto raro di vederli messi in pratica?

Non c'indugiamo a cercar pretesti, dando tutta la colpa all'infingardaggine degli studenti (che appunto si tratta di vincere) o all'obbligo di svolgere un dato programma con un orario troppo ristretto ecc. ecc.

Confessiamo francamente che il compito che ci è proposto è tremendamente, stavo per dire *divinamente*, difficile. Infatti se il nostro pensiero e la nostra parola debbono muovere l'attività del discepolo, bisogna che qualcosa di vivo che è in noi passi nello spirito di lui, come scintilla di fuoco ad accendere altro fuoco. Ma per ciò occorre dunque che anche noi maestri — nell'atto d'insegnare — ripetiamo, non già il risultato freddo degli studi fatti, bensì il travaglio interiore per cui riuscimmo a conquistare la verità, ricreandone dunque la fatica nello spirito nostro, che si allarga e trascina insieme la scuola. Vorrei bene spiegarmi su questo punto: la fatica di cui parlo è reale, non finzione ad uso didattico; infatti non è possibile che ripensiamo una difficoltà che una volta abbiamo vinto, senza scoprire nello stesso problema qualche altra difficoltà, che si risolve in una comprensione nuova e più alta; perchè è falso che le cose elementari su cui torniamo per insegnarle, sieno facili al confronto della scienza superiore il cui possesso ci rende oggi orgogliosi davanti ai nostri scolari; perchè infine codesto possesso medesimo è dubbio e vano, ridicolo l'orgoglio, se di fronte al discepolo ci presentiamo soltanto come discepoli, a ripetere un po' più meccanicamente la vecchia lezione appresa sugli stessi banchi, anzichè come maestri, a recare una veduta nostra, più chiara e più larga.

Ma forse il senso delle cose ch'io dico riesce duro a qualcuno dei lettori. Ci sono dunque diverse maniere di comprendere, sicchè non sia dato mai di riposarsi in una cognizione perfetta? E come mai la scienza superiore (le matematiche trascendenti e sublimi che abbiamo studiato negli anni dell'università) dovrebbero ritornare — in qualche modo — a rischiarare la nostra mente, proprio quando stiamo cercando di farci piccoli coi piccoli, sui banchi della scuola?

Rispondo: non vi è iato o scissura fra matematiche elementari e matematiche superiori, perchè queste si sviluppano da quelle, al pari dell'albero dalla tenera pianticina. E come, riguardando l'albero, potremo scoprire nella pianticina nuovi

aspetti o comprendere caratteri di cui ci era sfuggito il significato, così anche lo sviluppo dei problemi matematici recherà luce sulle dottrine elementari in cui essi approfondano le loro radici. Ad una condizione però: che di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico; e però che un grado di verità più alto serva ad illuminare il più basso da cui è uscito; che insomma — dopo avere studiato la scienza — ce ne valiamo per comprendere la storia. Quale modo più largo di comprensione, quale più vasta esperienza didattica, che l'annodarsi dei problemi e l'urtarsi delle difficoltà entro lo spirito di tutti gli studenti, che hanno faticato prima di noi, nella scuola del mondo?

Bologna, Università

FEDERIGO ENRIQUES