Enriques, Federigo

Sull'insegnamento dell'aritmetica

Scuola e cultura. Annali dell'Istruzione Media **IX** (1933), pp. 206-210.

SULL' INSEGNAMENTO DELL'ARITMETICA.

L'insegnamento dell'Aritmetica è il più delicato in confronto a quello degli altri rami delle Matematiche. Ne dànno testimonianza indiretta le variazioni dei programmi scolastici che lo concernono. Quand'io ero scolaro s'insegnava l'Aritmetica ragionata al 1° anno di Liceo. Poi si trasportò questo insegnamento al 3° Liceo, riconoscendone — in certo modo — il carattere superiore. Poi si è stabilito nel Ginnasio un doppio insegnamento, pratico nei primi tre anni e teorico negli ultimi due. Infine è prevalso il concetto attuale: che l'Aritmetica abbia il suo posto naturale nel Ginnasio inferiore, quale introduzione all'Algebra, e che — per conseguenza — debba insegnarsi in modo intuitivo e pratico, come si conviene alle menti dei fanciulli. I programmi in vigore sanciscono questi principii, insistendo giustamente su ciò: che gli alunni non debbono essere interrogati su definizioni astratte, e tanto meno, su ragionamenti astrusi, ma che il loro profitto deve misurarsi dalla capacità pratica, ch'essi mostrino, di eseguire le operazioni elementari, usare delle loro proprietà per semplificare i calcoli, impostare e risolvere facili problemi.

Con questo però i programmi non dicono in qual modo l'insegnamento debba essere impartito; e del resto — secondo il principio della riforma Gentile — non debbono dirlo: lasciando ai maestri e agli allievi libertà d'insegnamento, e segnando tutt'al più alcuni criterî generali di didattica, che importano di svolgere le facoltà attive dell'intelligenza.

Ma qui appunto sta la difficoltà precipua dell'insegnamento dell'Aritmetica ai fanciulli del Ginnasio. Se non si vuole che essi ripetano mnemonicamente lezioni piovute dal cielo, bisogna che le definizioni elementari e le proprietà che vengono date nella scuola sieno, in qualche modo, spiegate, così che l'alunno possa riceverle come cosa che si presenti alla sua mente naturale e spontanea.

Da questo punto di vista non ci si può appagare, nè dell'insegnamento dogmatico di regole non altrimenti chiarite, nè di un insegnamento logico. Bisogna svegliare l'intelligenza dell'alunno, facendola partecipare al lavoro creativo per cui le regole e i concetti hanno una loro ragion d'essere, e si scoprono, quasi naturalmente, al pensiero di coloro che vi riflettono. Ricordate il celebre passo del *Menone* in cui Platone ci fa assistere alla scoperta del teorema di Pitagora? Uno schiavo ignorante è guidato da domande opportune a ritrovare da sè, come se dovesse ricordare qualcosa di conosciuto in una vita anteriore, codesta proprietà geometrica. Il dialogo ci dà, in forma viva e ricca di significato, il criterio didattico che la pedagogia idealista ha a comune con quella sviluppatasi, come frutto maturo, da altre correnti del pensiero contemporaneo.

Dare un insegnamento dinamico, svegliare ed esercitare le facoltà attive dell'intelligenza ecc. sono belle norme a cui è facile accedere nella teoria, ma che non è egualmente facile mettere in pratica. E massime per l'insegnamento dell'Aritmetica. Non mancano, a dir vero, i buoni libri di testo, scritti da valorosi didatti e talvolta anche da matematici insigni. Tuttavia alcuni di essi risentono ancora delle preoccupazioni logiche di un'età critica della scienza e degli abiti mentali acquisiti nel lavoro critico. Per esempio si introducono spesso definizioni che hanno tutto l'aspetto di convenzioni arbitrarie, e che perciò debbono repugnare alla mente dei fanciulli; ci s'indugia qualche volta in sottigliezze, o all'opposto — spregiando giustificazioni intuitive non rigorose — si enunciano regole o proprietà senza lasciar capire in verun modo come esse possano essere state scoperte. Di fronte alle quali dunque, l'alunno non può far altro che accettarle o subirle passivo, senza essere incitato a cercarne comunque una spiegazione.

Io credo che le difficoltà che qui si presentano possano in gran parte risolversi se si tenga presente lo sviluppo storico delle idee. È ovvio che la mente dei primi che specularono su questi soggetti si trova in condizioni molto simili alla mente dei fanciulli. Conviene dunque alla didattica far tesoro degli insegnamenti della storia.

I primi sviluppi dell'Aritmetica nell'antichità si hanno, come è noto, nella scuola italica di Pitagora. E qui appunto, io credo, dobbiamo attingere alcune idee per rendere insieme facile ed attraente la scienza dei numeri. Infatti le dottrine dei Pitagorici si svolgevano, non già come elaborazioni logiche astratte, bensì in maniera intuitiva, ricorrendo ai *numeri figurati* : numeri quadrati e rettangolari, triangolari, solidi ecc. Ebbene, il ricorso a queste rappresentazioni geometriche ci porge subito, in forma visiva e tangibile, le prime proprietà delle operazioni dell'Aritmetica : non solo la proprietà commutativa del prodotto (che vedo messa in luce da qualche testo, appunto in questo modo) sì anche le proprietà associativa e distributiva ecc.

Il prodotto di due numeri 5 . 3 si può rappresentare riunendo insieme 3 gruppi di 5 punti ciascuno, e disponendoli di seguito in una fila lineare :

. . . .

ovvero l'uno sotto l'altro, in guisa da formare un rettangolo

. . . . .
. . . . .
. . . . .

La seconda rappresentazione mette subito in vista la proprietà commutativa del prodotto.

Ma è facile anche rendere intuitivamente chiara la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma e la proprietà associativa del prodotto di tre fattori.

La prima resulta dalla figura

. . . .
. . . .
. . . .

che dà $(5+2) \cdot 3 = 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3$. Giacchè il rettangolo $(5+2) \cdot 3$ appare come somma dei due rettangoli $5 \cdot 3$ e $2 \cdot 3$.

La proprietà associativa del prodotto $5 \cdot 2 \cdot 3$ (che per definizione vale $(5 \cdot 2) \cdot 3$) appare dalla figura

. . . . .
. . . . .

che rappresenta il rettangolo $5 \cdot (2 \cdot 3)$, e

. . . . .
. . . . .

che d'altra parte si scinde nella somma di 3 rettangoli eguali a $5 \cdot 2$, cioè dà il prodotto $(5 \cdot 2) \cdot 3$

. . . . .
. . . . .

C'è di più. Una volta fatto ricorso ai modelli geometrici, il senso di molte definizioni aritmetiche si scopre e giustifica naturalmente da sè. Prendiamo per esempio la definizione del prodotto delle frazioni. *A priori* questo prodotto non ha senso. La definizione aritmetica (prodotto dei numeratori diviso per il prodotto dei denominatori) ha bisogno di essere giustificata. La giustificazione più semplice si dà facendo corrispondere il prodotto all'area del rettangolo. E, s'intende, che tutte queste spiegazioni van date, non già in modo teorico astratto, bensì sopra esempi, in modo da suggerire all'alunno il carattere generale della giustificazione, che egli sarà indotto piuttosto a *sentire* che ad affermare, e potrà riconoscere più tardi, tornando a riflettere sugli insegnamenti ricevuti.

Queste osservazioni sull'insegnamento dell'Aritmetica, intorno a cui ho avuto più volte occasione di meditare, rafforzano in me la convinzione, in tanti modi espressa, che l'educazione scientifica dei nostri insegnanti dovrebbe essere completata e meglio rivolta agli scopi didattici, non dico fornendo loro delle norme precise o codificando i precetti attivistici (che significa negarli nella loro stessa affermazione!), bensì dando ai futuri docenti una appropriata educazione e cultura storica: cosicchè la scienza appaia ai loro occhi, piuttosto nel suo divenire che nel suo essere, come sapere che si crea nella mente degli uomini, anzichè come edifizio compiuto di cui contempliamo dal di fuori l'ordine logico.

Questo concetto supera ma non disconosce i progressi realizzati dalla critica logica, nel periodo di lavoro che precede immediatamente l'epoca attuale. Anche per comprendere, nel suo più pieno significato, la genesi e lo sviluppo storico delle idee, è necessario averne chiariti i rapporti logici; e così l'analisi logica dei concetti deve esser conosciuta dai docenti quasi come presupposto del loro insegnamento. Ho detto, per esempio, che è antididattico presentare ai giovani alunni la definizione come un atto convenzionale ed arbitrario; ma questa veduta non significa che l'insegnante debba tornare, per conto proprio, alle distinzioni fra definizioni reali e nominali che precedono la critica dei logici matematici, bensì piuttosto che essi scorgano dietro la definizione nominale il vero senso del *problema scientifico della definizione,* che ho cercato di chiarire in un articolo del *Periodico di Matematiche* (N. 2, 1929).

Una volta in possesso di tali principii filosofici, i docenti stessi sapranno regolarsi anche in questo punto estremamente delicato del loro insegnamento. Perchè, come ho già detto, repugna alla mente dei fanciulli di accettare una definizione come atto di autorità, che potrebbe cambiare cambiando il maestro. Ed anche qui la storia c'insegna additandoci l'atteggiamento di Socrate, che nella discussione cogli amici, cercava per così dire il significato naturale dei concetti, domandando ingenuamente «che cos'è?», e facendo collaborare alla ricerca il senso comune dei discepoli.

Innanzi di terminare questo articolo vorrei esporre due osservazioni.

Ho detto che gli attuali programmi di Aritmetica, specie per la scuola classica, mi sembrano ispirati a giusti criterii. Ma per lo svolgimento di essi conforme allo spirito della riforma Gentile, non bastano a mio avviso le ore assegnate all'insegnamento (si ricordi, in particolare, che una sola ora settimanale è data alla prima classe del Ginnasio!). La questione è delicata perchè si lega al problema degli orarii troppo gravosi, imposti ai docenti di matematiche e di fisica. E, poichè le autorità amministrative dopo quelle scientifiche e scolastiche, hanno ormai riconosciuto l'esigenza che qui è implicita, giova confidare che il Governo nazionale non tarderà troppo a trovare una soluzione di tutte queste difficoltà, rispondente agli alti interessi della Scuola.

La seconda osservazione riguarda l'educazione storica degli insegnanti delle materie scientifiche. È un argomento troppo grave perchè si possa parlarne qui per incidenza, e mi riprometto di tornarvi su, in una prossima occasione. Noto intanto che, in gran parte appunto per tale scopo si è costituita all'Università di Roma la Scuola di perfezionamento di storia delle scienze. Ma questa istituzione, così rispondente ai bisogni spirituali e al sentimento dei tempi nuovi, deve estendersi e consolidarsi, e meglio adeguarsi alla formazione dei docenti medi. È un problema che poniamo soprattutto ai nostri governanti e legislatori, persuasi che essi sapranno scioglierlo, con lume d'intelligenza e d'amore.

FEDERIGO ENRIQUES.