Enriques, Federigo

Des courbes paracanoniques appartenant à une surface algébrique irrégulière

Bull. Soc. R. Sci. Liège **VIII** (1939), pp. 422-423.

Des courbes paracanoniques appartenant à une surface algébrique irrégulière,

par FRÉDÉRICO ENRIQUES.

Soit F une surface algébrique irrégulière de genre numérique $p_a \geq 0$ et de genre géométrique $p_g > p_a$. On sait que tout système linéaire de courbes sur F, de dimension virtuelle ≥ 0, est contenu en une série continue de systèmes analogues non équivalents. Il en sera ainsi du système canonique ∞^{p_g-1}: celui-ci fera partie d'une série $\infty^{p_g-p_a}$ de systèmes paracanoniques, chacun de dimension > 0. Il s'agit d'évaluer la dimension effective de ces systèmes. On supposera que, le genre linéaire de F étant $p^{(1)} > 1$, *le système canonique* $|K|$ *soit irréductible.*

On peut construire sur F un système linéaire irréductible $|C|$, de genre π et de degré n, de façon à satisfaire aux conditions suivantes :

1. $|C|$ sera régulier de dimension $r = n - \pi + 1 + p_a$, faisant partie d'une série $\infty^{p_g-p_a}$ de systèmes linéaires analogues et ainsi d'un système continu $\{C\}$ ayant la série caractéristique complète de dimension $n - \pi + p_g$;

2. Le système adjoint à $|C|$, c'est-à-dire $|C'| = |C + K|$, sera également régulier de dimension $p_a + \pi - 1$, et découpera sur une courbe canonique K une série complète et non spéciale de dimension

$$2\pi - 2 - n + p^{(1)} - 1 - p^{(1)} = 2\pi - n - 3.$$

3. A chaque courbe $\overline{C}$ de $\{C\}$ on pourra associer une ou plusieurs, au moins ∞^{p_a}, courbes K résiduelles de C par rapport au système linéaire $|C'|$; en particulier à toute courbe $\overline{C}$ infiniment voisine à C on pourra associer une ou plusieurs courbes $\overline{K}$ infiniment voisines à K.

Considérons une courbe composée C + K et désignons par G le groupe des points communs aux deux courbes C et K. Toute courbe de $|C'|$ passant par G découpe sur C un groupe de la série caractéristique, intersection de C et d'une courbe infiniment prochaine; réciproquement tout groupe Γ de cette série appartient à une C' par G : en effet, à $\overline{C}$ on peut associer une courbe $\overline{K}$ voisine à K de façon que les deux courbes composées $C + K$ et $\overline{C} + \overline{K}$ définissent un faisceau de courbes C' par G, qui découpent sur C le groupe Γ. Partant la série découpée sur C par les C' contenant G est la série complète de dimension

$$n - \pi + p_g.$$

Les mêmes courbes C' par G découperont sur K la série complète $(C'K) - G$, résiduelle de G par rapport à la série complète découpée par les C'.

D'après une remarque de M. B. Segre [1], cette série $(C'K) - G$ sera la série caractéristique du système continu $\{K\}$, c'est-à-dire que la dimension de celui-ci égalera la dimension de la série augmentée d'une unité.

Pour évaluer cette dimension on procédera de la manière suivante :

Le système $|C'|$ ayant la dimension $p_a + \pi - 1$ découpe sur C une série canonique incomplète de dimension $\pi - 1 - (p_g - p_a)$; ainsi les conditions imposées aux C qui doivent passer par G seront au nombre de

$$x = \pi - 1 - (p_g - p_a) - (n - \pi + p_g) = 2\pi - n - 1 - (2p_g - p_a).$$

En conséquence la série complète résiduelle de G par rapport à la $(C'K)$ aura la dimension

$$2\pi - n - 3 - (2\pi - n - 1) + 2p_g - p_a = 2p_g - p_a - 2.$$

Il s'ensuit que la série caractéristique du système canonique $|K|$, qui est $\infty^{p_g - 2}$, aura le défaut $p_g - p_a$: *le système continu* $\{K\}$ *aura la dimension* $2p_g - p_a - 1$, *renfermant* $\infty^{p_g - p_a}$ *systèmes linéaires paracanoniques, chacun de dimension* $p_g - 1$.

---

(1) *Rendiconti Circolo Matematico di Palermo*, 14 août 1931.