Enriques, Federigo

Polemica logico-matematica (con C. Burali-Forti)

Notizie di logica **VII** (1988), pp. 21-32.

Nel numero precedente è stata presentata la recensione di Federico ENRIQUES (Federico Enriques, *Noterelle di Logica Matematica*, N.d.L. 7 (1988) n. 3, pp. 18-29) alla 2ª edizione del volume di Cesare BURALI-FORTI, *Logica matematica*. Lo stesso Enriques, nella conclusione, invitava Burali-Forti a una risposta, eventualmente, alle sue puntuali osservazioni.
L'invito venne accolto nel numero successivo del periodico.

Polemica logico-matematica

C. Burali-Forti e F. Enriques

Chr.mo sig. prof. Enriques

Non mi sono avuto a male della forma delle Sue noterelle che mi riguardano; tanto è vero che rispondo: brevemente, ma serenamente. Del resto nella mia Logica Matematica sono stato spesso assai vivace e, per una nota legge meccanica formulata da NEWTON, sarebbe naturale che io dovessi esser trattato vivacemente; invece mi è stata contrapposta soltanto una « forma scherzosa ».

1. Riguardo al « servilismo » (è proprio la parola!) di alcuni (troppi) italiani, per scienziati, o pseudo-scienziati, esteri, sono *incorreggibile*, e le mie opinioni non si modificheranno qualunque siano gli argomenti che mi verranno portati, perchè ogni argomento cade dinanzi ai fatti. Gli esteri sanno far valere la loro opera scientifica, o artistica; e fanno bene. Gli italiani spesso denigrano l'opera nostra scientifica, o artistica, a tutto vantaggio dell'opera degli esteri; e fanno male. Gli esteri si appropriano, o tentano appropriarsi, quanto di buono, di bello, di importante abbiamo fatto noi italiani; e noi li approviamo, li seguiamo, e, pur troppo, sono pochi i BORTOLOTTI che, con squisito senso d'italianità e con grande competenza storica, sappiano rivendicare a noi ciò che è nostro. Qualunque siano le « condizioni attuali dell'animo europeo », noi dobbiamo tener alta la scienza ed arte nazionale nostra; precisamente come fanno gli esteri, anche quando ciò che tengono alto è di valore nullo.

2. Non so chi abbia scritto

$$(1) \qquad \text{apostolo } \supset \text{ dodici;}$$

certo non PEANO e nessuno di quelli che hanno applicati *regolarmente* i simboli di PEANO. Se *dodici* è l'ordinario numero intero 12, cioè un *ente semplice*, non classe, allora, essendo apostolo una classe, la (1) è *priva di significato*, perchè il $\supset$ deve esser sempre posto tra due classi. Se *dodici* è la classe di RUSSELL, cioè la classe i cui elementi sono le *dozzine*, allora la (1) è *falsa* perchè da essa risulterebbe, ad es., *Pietro è una dozzina*. Col significato russelliano di 12 e se nella (1) si cambia $\supset$ in ε, allora si ha una proposizione *vera*.

Ella ritiene che sia inutile la distinzione tra $\supset$ ed ε e basti una sola copula, purchè si distingua tra *classe soggetto* e *classe predicato*. Un simbolismo ideografico con tale direttiva, non è ancora stato sviluppato; lo si faccia, ed allora si vedrà se esso presenta dei vantaggi rispetto ai simboli $\supset$, ε, con *un solo* significato di classe, quali sono stati stabiliti da PEANO e che hanno permesso di tradurre in simboli ideografici le più complesse teorie. Ma fino a quando non si abbia questo nuovo sistema, debbo rimandare alle tre note forme di sillogismo (L. M., pag. 108) dalle quali risulta evidente, ed indiscutibile, la differenza tra i simboli $\supset$, ε.

3. La proposizione [L. M., pag. 90, (11)]

$$(2) \qquad \iota x = \mid = x$$

esprime che: *la classe degli eguali ad* x *è diversa da* x; e tale proposizione è vera perchè: se x è *elemento semplice* oppure *classe*, oppure *classe di classe*,...., ne segue che ιx è *classe*, oppure *classe di classe*, oppure *classe di classe di classe*,.... e quindi *non può* essere *identica* ad x. Ma Ella mi traduce, « in lingua », la (2) così: « identico ad x è diverso da x », il che non è ammissibile perchè ιx *non* significa « identico ad x », ma sibbene *classe formata con gli elementi identici ad* x.

La questione generica dell' = è tra noi controversa per questa ragione. Ella dà ad = un significato « relativo ad un gruppo di proprietà » e quindi un significato *variabile* col gruppo; io gli dò un significato *assoluto* e quindi *fisso*, cioè *invariabile*. In altri termini: per Lei l' = è *uno qualunque* dei segni di *relazione equabile* [L. M., pag. 220, (3)]; per me è *uno particolare* di tali segni. Non Le pare che l'indicare con un simbolo solo, l' =, le relazioni equabili *equivalenza*, *congruenza*, *parallellismo*,...., possa portare, e inevitabilmente, a confusioni?

4. Per tentare di rendere regolari le definizioni per astrazione, ho introdotto, in sostanza, l' « astratto di una classe » (*Gli enti astratti definiti come enti relativi ad un campo di nozioni*. Lincei, 1912); in tal modo ho potuto definire la *classe* ma *non* caratterizzare i suoi elementi (L. M., pag. 353, n. 2). La definizione per astrazione resterebbe, dunque, con almeno una parte dei suoi difetti (L. M., pp. 350-359) e non Le deve far meraviglia se la ho esclusa dal campo logico.

Certo « s'incontreranno ancora — in tutti i paesi del mondo — dei matematici che riprodurranno la definizione » *per classi*; ma io, per le tante ragioni esposte (L. M., pp. 350-359; pp. 306-307; ecc.), e che nessuno, finora, ha efficacemente confutate, non la ammetterò mai. E non posso dire che questa sia una *questione di gusti*.

5. Nel *Formulario* di PEANO si trova, infatti, la prima applicazione, in casi particolari, di una forma di definizione cogli operatori; io ho generalizzato (*Nuove applicazioni degli operatori*. Acc. Scienze di Torino, 1914-15) e applicato ad altri casi particolari; ma non credo di aver fatto nulla di « oscuro o di artificioso ». E questa, almeno per i *vettori*, è opinione divisa, ad es., anche dal prof. BERZOLARI, che nella sua *Geometria Analitica* (Vol. I, pp. 445-6) introduce la mia definizione, dimostrando così di non ritenerla « troppo profonda e scientifica » e nemmeno « oracolo di uno specialista ». Il prof. BOGGIO fa uso della stessa definizione, e da vari anni, nell'insegnamento universitario e gli studenti la comprendono senza difficoltà. Il prof. CATANIA, fa uso delle definizioni mediante operatori, nei suoi libri o nel suo insegnamento nelle scuole medie superiori, con resultati ottimi. Del resto libero chiunque di definire i vettori come vuole; cada poi in « peccato mortale o veniale » poco importa; ma quando, ad es., dirà, come Ella propone, che il vettore nullo è « il concetto astratto di punto », verrà a dire, inevitabilmente, che *tutti i punti hanno a comune il concetto astratto*, perchè *esiste un solo vettore nullo*, e quindi dirà che *il concetto astratto di punto riduce lo spazio ad un unico ente, l'astratto di punto* (¹). Se per Lei la mia definizione « rasenta il limite della inintelligibilità », per me tale limite è raggiunto, anzi sorpassato, dalle altre forme di definizione dei vettori. È questione di gusti?

Fin dal 1915 (Nota sopra citata, n. 7) avevo pensato; come Ella mi consiglia ora, di caratterizzare i vettori mediante le *traslazioni*. Ma ho dovuto rinunziare a idea questa (l. c.) perchè, volendo conservare le leggi formali *usuali* degli operatori, si viene ad alterare profondamente l'algoritmo vettoriale attuale, dovuto ad HAMILTON, che è della massima semplicità e simile a quello algebrico. E ciò si vede facilmente. In tale usuale algoritmo, e se a è un vettore, la *traslazione individuata da* a non è il vettore a, ma sibbene $+a$, come *operatore a destra tra punti e punti*, ovvero $a+$, come *operatore a sinistra tra punti e punti*.

Per ciò che riguardo il « mettere al bando la vecchia geometria analitica cartesiana » è questione d'intendersi. Ella ammette che la teoria dei vettori « merita veramente di esser divulgata nelle nostre Università ». Allora, una volta introdotta, essa, non per volontà nostra ma automaticamente e

(¹) D'accordo: è proprio questo il significato del « concetto astratto ». (Nota di F. E.).

poichè esposta ed usata nella sua *forma assoluta*, pone al *bando*, non la *vecchia geometria analitica*, ma il suo *vasto algeritmo non geometrico*, perchè essa permette d'introdurre, quando si voglia e sia opportuno, delle *coordinate* (e non le sole cartesiane, ma di qualsiasi specie), che vengono così ad avere significato geometrico assoluto e con le quali si opera, geometricamente, sotto forma pure assoluta. Nella bibliografia della 2ª edizione degli *Elementi di calcolo vettoriale*, in corso di stampa presso la Casa editrice N. Zanichelli, sono indicati numerosi lavori che dimostrano quanto ho ora affermato.

6. La dimostrazione di PIERI (*Sopra gli assiomi aritmetici*. Acc. Gioenia, Catania, 1908) *non contiene un errore*. In essa il PIERI (§ 3) osserva che dal principio III per i numeri interi e dalla definizione dello zero, risulta che « qualunque numero, pur che diverso da zero, sempre sussegue ad un numero ». Ora nella successione

$$1, \; 2, \; 3, \ldots \; \omega, \; \omega+1, \; \omega+2, \ldots$$

che Ella considera, ω ha il seguente $\omega+1$, ma *non* sussegue ad un numero.

Ne risulta che il *principio d'induzione completa* caratterizza le *classi finite* e *non* quelle *infinite*, senza che la affermazione contraria di POINCARÉ « possa ricevere un senso che mi sfugge ».

7. Anteriore al principio di ZERMELO è l'osservazione di PEANO (Math. Ann. t. 37, a. 1890, pag. 210) « on ne peut pas appliquer une infinité de fois une *loi arbitraire*.... (L. M., pp. 186-7) ». Forse di qui ha origine il *postulato* di ZERMELO (a. 1901) che, *sotto forma finita*, afferma *potersi applicare una infinità di volte una legge arbitraria*. PEANO osserva, a proposito del principio di ZERMELO (Rev. de Math., t. VIII, 1902-6, pp. 145-8), che « .... assumptione de n elemento arbitrario.... duce ad ractiocinio que consta de $n+2$ propositiones.... » e conclude « .... nos non pote suppone $n=\infty$.... ». Io, a mia volta, osservo (L. M., pp. 187-8) che l'impossibilità constatata da PEANO si riferisce più ad una forma di dimostrazione, che si presenta spontanea, del principio di ZERMELO, che al principio stesso: il quale, per essere enunciato sotto *forma finita*, lo si può ammettere a priori senza repugnanza,

come si ammette (anzi si *deduce*, col PIERI, da una *proprietà finita*) il *principio d'induzione* che pure consta di infiniti ragionamenti. Ma gli infiniti ragionamenti per l'*induzione* formano una *classe numerabile*, una *successione*, mentre quelli per il principio di ZERMELO possono formare una classe *non numerabile*. Di qui la mia conclusione: è impossibile dimostrare il principio di Zermelo con processo numerabile, non lo si può negare a priori e per dimostrarlo falso non vi è altro modo che dedurre da esso un assurdo. Anche dopo le Sue osservazioni, sono costretto a mantenere la mia opinione; anzi, più che *opinione*, convinzione scientifica.

Che « ogni classe non equivalente ad una sua parte sia equivalente alla classe 0 .... *n* » (L. M., pag. 185), è implicitamente dimostrato nei nn. 7, 8 a pp. 344-350 della mia L. M., indipendentemente dal principio di ZERMELO; e specialmente dalle proposizioni (1') — (4') di pag. 345 che sono, per le *classi finite*, i principi *equivalenti* a quelli (finiti) di PIERI per i *numeri*. La dimostrazione della (4') è intieramente sviluppata, e in sostanza, riproduce quanto feci, « nell'anno di grazia 1896 », per le *Classi finite*; è, necessariamente, alquanto complessa, e andrei troppo per le lunghe riportandola qui « in lingua » come Ella ne esprime il desiderio.

8. « L'analisi simbolica », secondo PEANO, e « l'analisi psicologica del processo logico », quale Ella la concepisce e la espone, non possono differire che per la *forma*. La prima traduce i concetti — *ma prima ben esaminati logicamente e anche psicologicamente* — mediante simboli fissi, soggetti a leggi fisse; la seconda si vale del linguaggio comune ed esclude i simboli. Ma, forzatamente, i concetti fondamentali *devono esser comuni alle due forme*; se non lo sono, una di esse forme proviene da una analisi incompleta. Io non ho attualmente il modo di esprimere un giudizio ragionato in proposito; osservo soltanto che se i concetti fondamentali sono comuni alle due forme, quella simbolica ha maggior valore dell'altra perchè contrappone leggi formali, precise e fisse, alle leggi, non precise e variabili, del linguaggio comune.

Ringraziandola anticipatamente per la ospitalità, offertami, che Ella vorrà concedere a questa mia risposta, nel Suo Periodico, La saluto cordialmente.

Torino, 14 luglio 1921. C. BURALI-FORTI

POSTILLE — Abbiamo pubblicato volentieri la cortese lettera del prof. Burali-Forti, e rispondiamo in breve punto per punto, ripromettendoci tuttavia di tornare con maggiore ampiezza su questi problemi, attraverso l'esame delle esposizioni più chiare e più filosofiche del soggetto.

1. Il Periodico si compiace dell'omaggio reso al professore BORTOLOTTI, che è uno dei suoi principali redattori; ed è fiero di rivendicare — con lui — tutte le glorie italiane e di tener alta la scienza italiana.

Ma non si tratta di questo! Si tratta di sapere se la scienza nostra sia così in basso che, per esaltarla, si debba denigrare l'altrui; e se essa, che nel moto liberatore della Nazione ha ritrovato l'universalità del Rinascimento, debba ora rinchiudersi in un augusto pregiudizio nazionalistico.... col rischio poi di prendere per « patria » il proprio io o la propria chiesuola; infine se davvero il progresso della patria, il suo elevamento intellettuale, e la sua affermazione nel mondo, chiedano oggi di distinguere *due* verità, di quà e di là delle Alpi, affinchè i nostri concittadini possano con più sicura coscienza odiare la « Kultura.... ricca di idee confuse e imprecise.... poverissima di risultati esaurienti ». Così come un filosofo, ricordato da GALILEO, odiava la geometria: la qual cosa, dice Galileo, avere appreso con sua grandissima meraviglia, poichè non credeva si potesse avere tanto inimica persona non conosciuta.

2. Ho errato, infatti, nel riprodurre la soluzione che PEANO (Aritmetica generale, pag. 3) dà del sofisma degli apostoli, scrivendo O al posto di ε, fra apostolo e dodici (o dozzina).

Ma ciò non tocca minimamente la mia critica! La fallacia del sillogismo stà nell'ambiguità del termine medio, preso una volta come « concetto astratto o termine generale » e l'altra come « classe », non in un secondo significato (intransitivo) della copula. Codesta ambiguità è confessata dal PADOA in una nota significativa al n. 32 del suo art. della *Revue de Métaphysique*, 1912; e d'altronde viene avvertita dal linguaggio ordinario che cambia il predicato « apostoli », della prima proposizione, nel soggetto « gli apostoli » della seconda. Si può anche rendere evidente col simbolo ι di PEANO, ove si scriva:

(Pietro e Paolo) $\supset$ apostolo.

ι apostolo $\supset$ dozzina.

Del resto io non intendo foggiar nuovi simboli nè attentare a quelli foggiati da altri; m'importa solo che se ne spieghi chiaro il senso, in rapporto all'analisi del pensiero, che è lo scopo da raggiungere. E se mai dovessi decidermi ad abbandonare la lingua comune di cui conosco gli equivoci, non sarebbe prudente informarmi se altri equivoci non vengano creati — per avventura — dal nuovo linguaggio?

3. Ora che significa il simbolo ι? Leggendo ιx « identico (eguale) a x » ho adottato semplicemente una delle letture indicate come possibili a linea 4 di pag. 85 della L. M.

Sono disposto ad abbandonare questa lettura e anche « classe *degli uguali* ad x » che mi ha fatto credere ad un legame di ι col concetto d'uguaglianza. Diciamo dunque: ιx « la classe formata dall'individuo x ». Ma è possibile intendere che la classe formata da un solo punto sia diversa da questo punto? C'è qui un paradosso che ha tormentato RUSSELL, e che questi ritiene essere conseguenza del simbolismo. PADOA (l. c., n. 45) si rallegra che la distinzione fra x e ιx non sia esprimibile nel linguaggio comune: surtout pas trop de zèle! Io confesso che riesco a comprendere la cosa solo quando x sia una classe (es. apostolo), che si voglia considerare una volta come « pluralità » e l'altra come « unità ».

Quanto al mio modo di considerare l'uguaglianza, dirò che essa come relazione logica, ha sempre un significato unico, sì relativo ad una classe, che la notazione simbolica dovrebbe indicare: e si riduce all'identità quando questa classe sia V.

4. Sulle definizioni per astrazione. Certo, la difficoltà è irrimediabile per chi non veda il senso primitivo del concetto astratto (a o b o c) accanto a quello della classe (a e b e c). La deduzione del Nostro (Lincei, 1912) si basa sul dogma che i suoi simboli rendano adeguatamente l'analisi del pensiero.

5. Se il prof. BERZOLARI ha accolto la criticata definizione del vettore, nella più recente edizione del suo trattato

di Geometria analitica, d'altronde didatticamente pregevole, la stima e l'amicizia che professo per lui possono farmi rammaricare maggiormente il dissenso, non tuttavia indurmi a recedere dalla mia critica. Si dia o no una definizione nominale, adattando — ove occorra — al concetto, l'algoritmo simbolico. Ma, poichè nel concetto di vettore entrano soltanto le nozioni intuitive di « segmenti orientati, uguali, paralleli », non si può ammettere che esso venga definito come operatore sui « volumi ». Vi è in questo modo artificioso una mancanza di buon gusto e un criterio antididattico. Se i nostri allievi riceveranno a memoria codesta definizione, apprenderanno che « la definizione di un ente non c'insegna per nulla che cosa questo significhi ».

Ed appunto perchè siffatto criterio si è portato in trattati scolastici, era necessario dichiarare su di esso il giudizio, in cui consentono con me molti ed autorevoli colleghi. Mentre non mi sono indugiato su altre definizioni, p. es. su quelle di « coppia », « terna » ecc., lasciando a cui piace di trovarvi argomento ad esercitazioni dilettevoli.

6. A pag. 344 linea 8 della L. M., dopo aver menzionato i sistemi di postulati aritmetici di PEANO e PADOA, ed — apparentemente — in relazione a questi, si legge:

« Il PIERI sostituisce a questo principio (d'induzione) la (4) (assioma IV della Nota di Pieri, Catania 1908) che esprime, in sostanza, la comune notizia: ogni classe, non vuota, di N_0 ammette un minimo ».

Ho osservato che il detto principio IV porta soltanto che la serie dei numeri naturali sia bene ordinata, e quindi non può equivalere al *principio d'induzione*; il quale — giova insistere di fronte al singolare rifiuto d'un significato evidente — *caratterizza la serie infinita* (minima)

$$0, 1, 2, 3 \ldots.$$

distinguendola dalle altre serie ben ordinate

$$0, 1, 2, 3 \ldots. \quad \omega, \omega+1 \ldots..$$

Di fatto PIERI cambia i postulati di PEANO (assumendo nel III una conseguenza che ne deriva secondo PADOA), e così viene a dimostrare che « il principio d'induzione si può sostituire coi suoi assiomi III e IV (prop. (3) e (4) della L. M. pag. 342) », cioè che « la serie infinita 0, 1, 2, 3.... è caratterizzata dall'essere bene ordinata *insieme alla sua inversa* (e salvo l'esistenza d'un primo e la non esistenza d'un ultimo elemento) ». Quest'osservazione mi era nota e l'ho pure segnalata come interessante (pei numeri relativi) nel mio articolo su « I numeri reali » [1].

7. Sul principio di Zermelo, non avendo io propriamente mosso obiezioni al Burali-Forti, ma solo constatati i suoi presupposti filosofici, e non volendo allargare la discussione per esaminare come il suo realismo possa accordarsi con ciò che d'altra parte Egli concede, non ho qui nulla da aggiungere. Ma debbo indugiarmi sulla questione « se una classe non equivalente ad una sua parte, sia equivalente alla classe (0 .... n) o (1 .... n) ».

Se C è una classe qualunque, tolgansi con successive scélte arbitrarie gli elementi 1, 2, ... n: qualora questa operazione non abbia termine, si costruirà una serie infinita $C' = 1, 2, 3 ....$ contenuta in C; e, poichè C' equivale ad una sua parte, si deduce che ciò vale anche per C.

Questo ragionamento, non nuovo, in cui mi sono imbattuto nel mio articolo su « I numeri reali », *postula la possibilità di infinite scelte successive per definire* C', cioè il caso più elementare (numerabile) del principio di Zermelo: se pure in una forma lievemente diversa. Si può fare a meno di codesto postulato?

La dimostrazione *complessa* offerta in L. M., pag. 344-50 non sembra conseguire lo scopo, e — per chi ben guardi — non aggiunge nulla alla precedente. Vi si trova, è vero, un grande sfoggio di simboli per rendere esplicita fino alla

---

[1] « Questioni riguardanti le matematiche elementari », Vol. I, pag. 411.

Invece non sò apprezzare il criterio formale della riduzione del numero dei concetti fondamentali che ispira la nota sui postulati geometrici del PIERI, vantate dal Nostro o da altri logici matematici: dove sono esclusi o posposti quei concetti fondamentali dell'*Analysis situs* che la mia propria analisi (matematica, logica, psicologica e storica) mi ha mostrato costituire la base naturale di ogni geometria.

nausea le ellissi del discorso comune (p. es. gli Ops siin servono a mettere bene in luce che quando si parla degli elementi 1, 2,.... n di C, s'intende aver posto una corrispondenza fra la cl. (1, 2,.... n) e una parte della cl. C), ma non ne viene chiarito il punto delicato del ragionamento. Insomma la deduzione della relazione (α) di pag. 347, esige la possibilità di definire la serie illimitata degli operatori $f_1 f_2 .... f_n ....$ (che conduce alla serie d'elementi innanzi designata con C'); ma di codesta serie non si può dire che « esiste » in forza del principio d'induzione, come a pag. 348 linea 12, perchè f_n *dipende da una legge di scelta arbitraria.*

Non sò se questa finezza logica sarà compresa dal mio egregio contraddittore. Ho voluto insistervi, non per il puntiglio di coglierlo in fallo (chi non è soggetto a piccoli, e purtroppo anche a men piccoli errori?), ma perchè da questo esempio deriva — a mio avviso — una conseguenza che a Lui dovrà sembrare meravigliosa: cioè che, specialmente toccando delle idee prime e più semplici, l'esposizione sintetica del pensiero nelle forme del linguaggio comune, costituisce talora un *cimento* per giudicare di complicati sviluppi simbolici, dove il pensiero rischia veramente di perdersi nell'artificio dell'algóritmo.

8. Quest'ultima conclusione risponde anche, in parte, a quella cui giunge il Burali-Forti nella sua lettera. Ma io mi compiaccio di avere provocato la dichiarazione che « analisi simbolica » e « analisi psicologica del processo logico » debbono accordarsi, poichè altri logici matematici, come il Russell, giudicano all'opposto « totalmente irrilevante l'ipotesi che esista una mente ».

Debbono accordarsi, e questa è infine la ragione per cui, quando non si accordano, nasce il conflitto, ed ha un *senso* la nostra polemica: la quale non potrebbe accendersi della passione della verità, perfino nello scherzo, se non vi fosse una medesima verità a cui da diverse parti si tende.

Io non contesto, si badi, il pericolo d'errore che offre il linguaggio comune, per chi cerchi il pensiero nel cadavere degli schemi verbali; ma questo pericolo, tanto bene illustrato dalla storia della scolastica, non stà solo nell'imprecisione o nella mutabilità delle parole, sì anche nel prendere come fantasma di una realtà superiore il segno del pensiero espresso; e per questo aspetto c'è ancora nell'uso degli schemi simbolici: pietre morte messe al posto della ragion ragionante. Anzi, quanto più un'ideografia venga sviluppata a costituire un sistema immobile, tanto più essa riesce a imporre delle esigenze artificiose, che appartengono ad una forma particolare d'espressione arbitrariamente scelta, e non si ritroverebbero in altre.

Non si tratta dunque di opporre sistema a sistema: ma di restituire il pensiero vivo nella libertà di confronto dei diversi linguaggi possibili: anche ideografici. Il feticcio della lingua, cui si è inchinato ARISTOTELE, sopravvive nella logica matematica, tanto che — per RUSSELL — ne scaturisce una nuova metafisica ontologica. BURALI-FORTI e BOGGIO si astengono da queste ardite speculazioni, ma non dubitano, per esempio, di togliere dalla Meccanica (in cui « le proprietà.... sono tutte di natura assoluta ») la considerazione dei *moti relativi* (1), togliendo gli assi cartesiani di riferimento: quasi che un problema filosofico effettivo potesse dipendere da una cosa affatto secondaria, come è la *forma* della traduzione analitica. E non si accorgono che il moto relativo è da loro soppresso, non perchè parlino il linguaggio dei vettori, ma perchè nell'analisi delle idee primitive (P. II, VIII, pag. 130) definiscono il moto rispetto allo spazio (assoluto) e quindi come assoluto. PARMENIDE d'Elea, a priori non sospetto di tenerezza per le coordinate cartesiane, avrebbe ricusato appunto codesto concetto del moto *in sè*.

Ma io vorrei conchiudere la polemica, non aprirne una nuova. E già troppo mi accorgo di aver ecceduto i limiti d'una replica.

Termino dunque, ringraziando il prof. BURALI-FORTI dell'occasione che mi ha pôrto a spiegare più largamente le mie vedute, e — ricambiando il saluto cordiale — m'auguro che il conflitto d'idee, che pur ci unisce in un comune amore della scienza, possa proseguirsi fra noi in quel modo più fruttuoso che offre lo scambio vivo della parola, se mi sia dato il piacere d'incontrarlo quando che sia, e di fare così la sua personale conoscenza.

F. ENRIQUES

---

(1) *Meccanica razionale.* Torino, Lattes 1921: pref. pag. VIII.